৯ম - ১০ম শ্রেণি

সাধারণ গণিত

আলোচ্য বিষয়

অধ্যায় ৫ – এক চলকবিশিষ্ট সমীকরণ

ব্যবহারবিধি

দেখে নাও এই অধ্যায় থেকে কোথায় কোথায় প্রশ্ন এসেছে এবং সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনীর গুরুত্ব।

কুইক টিপস

সহজে মনে রাখার এবং দ্রুত ক্যালকুলেশন করতে সহায়ক হবে।

বহুনির্বাচনী (MCQ)

বিগত বছর গুলোতে বোর্ড, স্কুল, কলেজ এবং বিশ্ববিদ্যালয়ে আসা বহুনির্বাচনী প্রশ্ন দেখে নাও উত্তরসহ।

সৃজনশীল (CQ)

পরীক্ষায় আসার মতো গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল দেখে নাও উত্তরসহ।

প্র্যাকটিস

পরীক্ষায় আসার মতো গুরুত্বপূর্ণ সমস্যাগুলো প্র্যাকটিস করে নিজেকে যাচাই করে নাও।

উত্তরমালা

প্র্যাকটিস সমস্যাগুলোর উত্তরগুলো মিলিয়ে নাও।

উদাহরণ

টপিক সংক্রান্ত উদাহরণসমূহ।

সূত্রের আলোচনা

সূত্রের ব্যাপারে বিস্তারিত জেনে নাও।

টাইপ ভিত্তিক সমস্যাবলী

সম্পূর্ণ অধ্যায়ের সুসজ্জিত আলোচনা।

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

চলক

সমীকরণে যে অজ্ঞাত রাশি ব্যবহার করা হয় তাকে চলন বলে। সাধারণত ইংরেজি বর্ণমালার ছোট হাতের অক্ষর x,y,z ইত্যাদি চলক হিসেবে ব্যবহৃত হয়।

ধ্রুবক

বীজগাণিতিক রাশিতে ব্যবহৃত সংখ্যাগুলো ধ্রুবক। এখানে +6 হলো ধ্রুবক।

সমীকরণের ঘাত

কোন সমীকরণের চলকের সর্বোচ্চ ঘাতকে সমীকরণের ঘাত বলে। এই সমীকরণের x এর সর্বোচ্চ ঘাত 2. সুতরাং সমীকরণের ঘাত 2। ঘাত যত মূল তত।

সমীকরণের মূল

সমীকরণ সমাধান করে চলকের সর্বোচ্চ ঘাতের সমান সংখ্যক মান পাওয়া যাবে। এই মান বা মানগুলোকে বলা হয় সমীকরণটির মূল। এই মুল বা মূলগুলো দ্বারা সমীকরণটি সিদ্ধ হবে। উক্ত সমীকরণে, সমীকরণের মূল 2,3।

দ্বিঘাত সমীকরণ

যে সমীকরণের চলকের সর্বোচ্চ ঘাত 2 তাকে দ্বিঘাত সমীকরণ বলে।

সমীকরণ

সমান চিহ্ন সম্বলিত খোলা বাক্যকে সমীকরণ বলে। সমান চিহ্নের দুই পক্ষে দুটি বহুপদী থাকতে পারে অথবা শূন্য থাকতে পারে যেমন: $x^2 - 5x + 6 = 0$, $x + 1 = 2x + 3$ ইত্যাদি।

অভেদ

সমান চিহ্নের দুই পক্ষে সমান ঘাত বিশিষ্ট দুটি বহুপদী থাকলে তাকে অভেদ বলে। চলকের সর্বোচ্চ ঘাতের সংখ্যার চেয়ে অধিক মানের জন্য সিদ্ধ হবে। যেমন: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

১। সমীকরণ চিহ্ন, $=$

২। অভেদ চিহ্ন, $\equiv$ [তবে $=$ চিহ্ন ব্যবহার করা হয়]

৩। প্রত্যেক বীজগণিতীয় সূত্র একটি অভেদ।

৪। সকল অভেদ সমীকরণ কিন্তু সকল সমীকরণ অভেদ নয়। যেমন: $2x^2 + 4x + 2 = 0$ একটি সমীকরণ কিন্তু অভেদ নয়; কেননা উভয়পক্ষে সমান মাত্রার বহুপদী নেই

সমীকরণ ও অভেদ এর মাঝে পার্থক্য

সমীকরণ	অভেদ
সমান চিহ্ন দুই পক্ষে দুটি বহুপদী থাকতে পারে অথবা এক পক্ষে শূন্য থাকতে পারে। যেমন: $x^2-5x+6=0,\ x+1=2x+3$	দুই পক্ষে দুটি বহুপদী থাকে। যেমন: $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
চলকের এক বা একাধিক মানের জন্য সমতাটি সত্য হয়। $x+2=7$ শুধু একটি মানের জন্য সত্য।	চলক এর মূল সেটের সকল মানের জন্য সাধারণত সমতাটি সত্য। যেমন: $x^2+1=(x+1)^2-2x$ অভেদটি এর যেকোনো মানের জন্য সত্য।
চলকের মানের সংখ্যা সর্বাধিক মাত্রার সমান হতে পারে। তাই $x+3=5$ শুধু ১টি মানের জন্য সত্য।	চলকের অসংখ্য মানে জন্য সমতাটি সত্য। যেমন: $(x+1)^2=x^2+2x+1$ অভেদটি x এর যেকোনো মানের জন্য সত্য।
সকল সমীকরণ অভেদ নয় যেমন- x^2+9x+8 সমীকরণ হলেও অভেদ নয়।	সকল বীজগণিতীয় অভেদই সমীকরণ। যেমন: $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$ একটি অভেদ
উভয়পক্ষের বহুপদীর মাত্রা অসমান হতে পারে। যেমন: $4x^2-2x=3$	উভয়পক্ষের বহুপদীর মাত্রা অবশ্যই সমান হতে হবে। যেমন: $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

Σ সূত্রের আলোচনা

একঘাত সমীকরণ সমাধানের নিয়ম

$(\sqrt{5}+1)x+4=4\sqrt{5}$ হলে দেখাও যে, $x=6-2\sqrt{5}$

১। প্রথমে সকল ধ্রুবকগুলো এক পক্ষে নেয়ার চেষ্টা করতে হবে।

২। সব সময় কোন মান কমন বা সাধারণ আছে কিনা যাচাই করে তা পৃথক করতে হবে।

৩। প্রয়োজনে উভয় পক্ষে একি রাশি বা সংখ্যা যোগ বিয়োগ করা যাবে। গুন বা ভাগ করলেও উভয় পক্ষের মান সমান থাকে।

৪। চলককে কেবল একপক্ষে রেখে বাকি পদগুলোকে অন্যপক্ষে রেখে চলকের মান নির্ণয় করা যায়। এই পদ্ধতিকে বলা হয় পক্ষান্তর বিধি।

সমাধান:

বা, $(\sqrt{5}+1)x+4=4\sqrt{5}$

বা, $(\sqrt{5}+1)x=4\sqrt{5}-4$

বা, $(\sqrt{5}+1)x=4(\sqrt{5}-1)$

বা, $x=\frac{4(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)}$

বা, $x=\frac{4(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)}$ [উভয়পক্ষে $(\sqrt{5}-1)$ গুন করে]

বা, $x=\frac{4(\sqrt{5}-1)^2}{(\sqrt{5})^2-(1)^2}$

বা, $x=\frac{4(\sqrt{5})^2-2.\sqrt{5}.1+1^2}{5-1}$

বা, $x=\frac{4\,(5-2\sqrt{5}+1)}{4}=6-2\sqrt{5}$

সূত্রের আলোচনা

পরিচয়	সূত্র	প্রতীকগুলোর বর্ণনা
সময় ও দূরত্ব বিষয়ক	$d = vt$	$d =$ দূরত্ব $v =$ বেগ $t =$ সময়
শতকরা অংশ বিষয়ক	$p = br$	$b =$ মোট রাশি $p =$ শতকরা অংশ $r =$শতকরা ভগ্নাংশ
লাভ-ক্ষতি বিষয়ক	$S = C(1 \pm r)$ $S = C(1 + r)$ $S = C(1 - r)$	$s =$বিক্রয়মূল্য $c =$ ক্রয়মূল্য $r =$ লাভ-ক্ষতির শতকরা হার
আসল-মুনাফা বিষয়ক	সরল মুনাফার ক্ষেত্রে, $I = Prn$ $A = P + I = P + Prn$ $= P(1 + rn)$ চক্রবৃদ্ধি মুনাফার ক্ষেত্রে, $A = P(1 + r)^n$	$I = n$সময় পরে মুনাফা $n =$নির্দিষ্ট সময় $p =$মূলধনের পরিমাণ $r =$একক সময়ে একক মূলধনের মুনাফা $A =$মুনাফাসহ মূলধন

টাইপ ভিত্তিক সমস্যাবলী

Type-1 এক চলকবিশিষ্ট সমীকরণের মূল নির্ণয়:

(ক) $(\sqrt{5} + 1)y + 4 = 4\sqrt{5}$ এর মূল নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$(\sqrt{5} + 1)y + 4 = 4\sqrt{5}$$

বা, $(\sqrt{5} + 1)y = 4\sqrt{5} - 4$

বা, $y = \frac{4\sqrt{5}-4}{(\sqrt{5}+1)}$

$$= \frac{4(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)}$$

$$= \frac{4(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)}$$

$$= \frac{4(\sqrt{5}-1)^2}{(\sqrt{5})^2-1)}$$

$$= \frac{4(5-2\sqrt{5}+1)}{4}$$

$$= 6-2\sqrt{5}$$

$\therefore$ নির্ণয়ে মূল, $z = -6, \frac{3}{2}$

(খ) $\frac{2y}{5} - \frac{y-1}{3} = \frac{3y}{2}$ এর মূল নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\frac{2y}{5} - \frac{y-1}{3} = \frac{3y}{2}$$

বা $\frac{(6y-5y+5)}{15} = \frac{3y}{2}$

বা $2y + 10 = 45y$

বা $10 = 45y - 2y$

বা $\frac{10}{43} = y$

$\therefore$ নির্ণয়ে মূল, $y = \frac{10}{43}$

(গ) $\frac{x-a}{b}+\frac{x-b}{a}+\frac{x-3a-3b}{a+b}=0$ এর মূল নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\frac{x-a}{b}+\frac{x-b}{a}+\frac{x-3a-3b}{a+b}=0$$

বা, $\frac{x-a}{b}+\frac{x-b}{a}+\frac{x-3(a+b)}{a+b}=0$

বা, $\frac{x-a}{b}+\frac{x-b}{a}+\frac{x}{a+b}-\frac{3(a+b)}{a+b}=0$

বা, $\frac{x-a}{b}+\frac{x-b}{a}+\frac{x}{a+b}-3=0$

বা, $\left(\frac{x-a}{b}-1\right)+\left(\frac{x-b}{a}-1\right)+\left(\frac{x}{a+b}-1\right)=0$

বা, $\frac{x-a-b}{b}+\frac{x-b-a}{a}+\frac{x-a-b}{a+b}=0$

বা, $(x-a-b)\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{a}+\frac{1}{a+b}\right)=0$

$\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{a}+\frac{1}{a+b}\right)\neq 0$ [চলকবিহীন রাশি]

$\therefore x-a-b=0$

বা, $x=a+b$

$\therefore$ নির্ণয়ে মূল, $x=a+b$

প্র্যাকটিস

(ক) $\frac{x-2}{x-1}=2-\frac{1}{x-1}$

(খ) $\frac{x-a}{a^2-b^2}=\frac{x-b}{b^2-a^2}$

(গ) $(3+\sqrt{3})z+2=5+3\sqrt{3}$

সমাধান সেট নির্ণয়:

$$\frac{m}{m-x}+\frac{n}{n-x}=\frac{m+n}{m+n-x}$$

বা, $$\frac{m}{m-x}+\frac{n}{n-x}=\frac{m}{m+n-x}+\frac{n}{m+n-x}$$

বা, $$\frac{m}{m-x}-\frac{m}{m+n-x}=\frac{n}{m+n-x}-\frac{n}{n-x}$$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $$\frac{m(m+n-x)-m(m-x)}{(m+n-x)(m-x)}=\frac{n(n-x)-n(m+n-x)}{(m+n-x)(n-x)}$$

বা, $$\frac{m^2+mn-mx-m^2+mx}{(m+n-x)(m-x)}=\frac{n^2-nx-mn-n^2+nx}{(m+n-x)(n-x)}$$

বা, $$\frac{mn}{(m+n-x)(m-x)}=\frac{-mn}{(m+n-x)(n-x)}$$

বা, $$\frac{1}{(m-x)}=\frac{-1}{(n-x)}$$

বা, $n-x=x-m$

বা, $m+n=2x$

বা, $$\frac{m+n}{2}=x$$

$\therefore$ নির্ণয়ে সমাধান সেট, $S=\left\{\frac{m+n}{2}\right\}$

প্র্যাকটিস

(ক) $$\frac{a}{x-a}+\frac{b}{x-b}=\frac{a+b}{x-a-b}$$

দ্বিঘাতবিশিষ্ট সমীকরণ:

আদর্শরূপ: $ax^2 + bx + c$

(ক) $(x-1)^2 = 0$ এর মূল নির্ণয় কর।

সমাধান :

$(x-1)^2 = 0$

বা, $(x-1)(x-1) = 0$

বা, $x = 1,1$

(খ) $2(z^2-9) + 9z = 0$ এর মূল নির্ণয় কর।

সমাধান :

$2(z^2-9) + 9z = 0$

বা, $2(z^2-9) + 9z = 0$

বা, $2z^2 - 18 + 9z = 0$

বা, $2z^2 + 9z - 18 = 0$

বা, $2z^2 + 12z - 3z - 18 = 0$

বা, $2z(z+6) - 3(z+6) = 0$

বা, $(z+6)(2z-3) = 0$

বা, $z + 6 = 0$ অথবা, $2z - 3 = 0$

বা, $z = -6$ অথবা, $2z = 3$

বা, $z = \frac{3}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় মূল, $z = -6, \frac{3}{2}$

(গ) $\frac{x}{a}+\frac{a}{x}=\frac{x}{b}+\frac{b}{x}$ এর মূল নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\frac{x}{a}+\frac{a}{x}=\frac{x}{b}+\frac{b}{x}$$

বা, $\frac{x}{a}-\frac{x}{b}=+\frac{b}{x}-\frac{a}{x}$

বা, $\frac{bx-ax}{ab}=\frac{b-a}{x}$

বা, $\frac{bx-ax}{ab}=\frac{b-a}{x}$

বা, $\frac{x(b-a)}{ab}=\frac{b-a}{x}$

বা, $x^2(b-a)=ab(b-a)$

বা, $x^2=ab$

বা, $x=\pm\sqrt{ab}$

$\therefore$ নির্ণেয় মূল, $x=\pm\sqrt{ab}$

প্র্যাকটিস

(ক) $x-4=\frac{x-4}{x}$ এর মূল নির্ণয় কর।

(খ) $\frac{x-a}{x-b}+\frac{x-b}{x-a}=\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$ এর মূল নির্ণয় কর।

সমাধান সেট নির্ণয়:

(ক) $(\frac{x+a}{x-a})^2-5\left(\frac{x+a}{x-a}\right)+6=0$ এর সমাধান সেট নির্ণয়:

সমাধান :

$$(\frac{x+a}{x-a})^2-5\left(\frac{x+a}{x-a}\right)+6=0$$

ধরি, $\frac{x+a}{x-a}=y \qquad \dots \quad \dots \quad \dots \ (i)$

$$\therefore (\frac{x+a}{x-a})^2-5\left(\frac{x+a}{x-a}\right)+6=0$$

বা, $y^2-5y+6=0 \qquad$ [(i) নং অনুযায়ী]

বা, $y^2-2y-3y+6=0$

বা, $y(y-2)-3(y-2)=0$

বা, $(y-2)(y-3)=0$

বা, $(y-2)=0 \qquad$ অথবা, $(y-3)=0$

বা, $y=2 \qquad$ অথবা, $y=3$

বা, $\frac{x+a}{x-a}=2 \qquad$ অথবা, $\frac{x+a}{x-a}=3$

বা, $2x-2a=x+a \qquad$ বা, $x+a=3x-3a$

বা, $2x-x=2a+a \qquad$ বা, $3a+a=3x-x$

বা, $x=3a \qquad$ বা, $4a=2x$

বা, $x=2a$

$\therefore$ নির্ণয়ে সমাধান সেট, $S=\{2a,3a\}$

(খ) $\frac{(x+1)^3-(x-1)^3}{(x+1)^2-(x-1)^2} = 2$ এর সমাধান সেট নির্ণয়:

সমাধান :

$$\frac{(x+1)^3-(x-1)^3}{(x+1)^2-(x-1)^2} = 2$$

বা, $\frac{(x+1-x+1)^3+3(x+1)(x-1)(x+1-x+1)}{(x+1+x-1)(x+1-x+1)} = 2$

বা, $\frac{2^3+3(x^2-1)2}{4x} = 2$

বা, $8+3(x^2-1)2 = 4x.2$

বা, $4+3(x^2-1) = 4x$ [2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $3x^2-3+4 = 4x$

বা, $3x^2-4x+1 = 0$

বা, $3x^2-3x-x+1 = 0$

বা, $3x(x-1)-1(x-1) = 0$

বা, $(x-1)(3x-1) = 0$

বা, $x-1 = 0$ অথবা, $3x-1 = 0$

বা, $x = 1$ বা, $3x = 1$

বা, $x = \frac{1}{3}$

$\therefore$ নির্ণয়ে সমাধান সেট, $S = \{1, \frac{1}{3}\}$

প্র্যাকটিস

(ক) $x + \frac{1}{x} = 2$ (গ) $\frac{x+7}{x+1} + \frac{2x+6}{2x+1} = 5$

(খ) $y^2 = \sqrt{3}y$

টাইপ ভিত্তিক সমস্যাবলী

Type-02 সংখ্যা সংক্রান্ত:

(ক) একটি প্রকৃত ভগ্নাংশের হর, লব অপেক্ষা 2 বেশি। ভগ্নাংশটি বর্গ করলে যে ভগ্নাংশ পাওয়া যায় তার হর, লব অপেক্ষা 16 বেশি, ভগ্নাংশ নির্ণয় করো।

সমাধান :

মনে করি, প্রকৃত ভগ্নাংশটি লব x

হর, $(x+2)$

অর্থাৎ ভগ্নাংশটি, $\frac{x}{x+2}$

প্রশ্নমতে, $\left(\frac{x}{x+2}\right)^2$ ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে,

$(x+2)^2 - x^2 = 16$

$x^2 + 2x.2 + 2^2 - 16$

$x^2 + 4x + 4 - 16 - x^2 = 0$

$\therefore x = 3$

$\therefore$ লব 3 এবং হর $= (3+2) = 5$

$\therefore$ ভগ্নাংশটি $= \frac{3}{5}$

(খ) দুই অংকবিশিষ্ট কোন সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি 9। অংক দুটি স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যাবে তা প্রদত্ত সংখ্যা থেকে 9 কম। সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, একক স্থানীয় অংক $= x$

দশক স্থানীয় অংক $= 9 - x$

সংখ্যাটি $= 10 \times$ দশক স্থানীয় অংক $+$ একক স্থানীয় অঙ্ক

$= 10\,(9 - x) + x$

$= 90 - 10x + x$

$= 90 - 9x$

অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যাবে তা হল:

$= 10x + (9 - x)$

$= 9x + 9$

প্রশ্নমতে,

$9x + 9 = 90 - 9x - 9$

বা, $18x = 90 - 9 - 9$

বা, $18x = 90 - 18$

বা, $18x = 72$

বা, $x = 4$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 90 - 9x$

$= 90 - 9 \times 4$

$= 90 - 36$

$= 54$

প্র্যাকটিস

(ক) একটি প্রকৃত ভগ্নাংশের হর, লব অপেক্ষা 4 বেশি। ভগ্নাংশটি বর্গ করলে যে ভগ্নাংশ পাওয়া যাবে তার হর, লব অপেক্ষা 10 বেশি হবে। ভগ্নাংশটির নির্ণয় কর।

(খ) দুই অংক বিশিষ্ট একটি সংখ্যার দশক স্থানীয় অংক একক স্থানীয় অংকের দ্বিগুণ। দেখাও যে, সংখ্যাটি অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি সাতগুণ।

টাইপ ভিত্তিক সমস্যাবলী

Type-03 বেঞ্চ ও শিক্ষার্থী সংখ্যা সংক্রান্ত:

সমাধান:

দেওয়া আছে, মোট ছাত্র সংখ্যা $= x$

১ম ক্ষেত্রে, প্রতিটি বেঞ্চে 4 জন করে বসলে বাকি থাকে 3 টি বেঞ্চ,

$\therefore$ মোট বেঞ্চ সংখ্যা $= (\frac{x}{4} + 3)$ টি

২য় ক্ষেত্রে,

6 জনকে দাঁড়িয়ে থাকতে হয় 3 জন করে বসলে।

$\therefore$ প্রতিবেঞ্চে 3 জন করে বসলে বেঞ্চ লাগে $\frac{x-6}{3}$ টি

প্রশ্নমতে

$\frac{x}{4} + 3 = \frac{x-6}{3}$

বা, $\frac{x+12}{4} = \frac{x-6}{3}$

বা, $4x - 24 = 3x + 36$

বা, $4x - 3x = 24 + 36$

বা, $x = 60$

ছাত্র সংখ্যা $= 60$

$\therefore$ বেঞ্চসংখ্যা

$= (\frac{x}{4} + 3)$ টি

$= (\frac{x}{4} + 3)$ টি

$= (\frac{60}{4} + 3)$ টি

$= (15 + 3)$ টি

$= 18$ টি

(খ) কোনো শ্রেণীতে প্রতি বেঞ্চে 5 জন করে ছাত্র বসলে 2 টি বেঞ্চ খালি থাকে। কিন্তু 4 জন করে বসলে ৪ জন ছাত্র দাঁড়িয়ে থাকে। ঐ শ্রেণীর ছাত্র সংখ্যা নির্ণয় করো।

সমাধান:

মনে করি, ছাত্রসংখ্যা $= x$

যেহেতু, প্রতিটি বেঞ্চে 5 জন করে বসে,

বেঞ্চ লাগে $= \frac{x}{5}$ টি

$\therefore$ মোট বেঞ্চ সংখ্যা $= (\frac{x}{5} + 2)$ টি

4 জন করে বসলে ৪ জন দাঁড়িয়ে থাকে।

$\therefore$ 4 জনের ক্ষেত্রে বেঞ্চ লাগবে $= \frac{x-8}{4}$ টি

প্রশ্নমতে,

বা, $\frac{x}{5} + 2 = \frac{x-8}{4}$

বা, $\frac{x+10}{5} = \frac{x-8}{4}$

বা, $4x - 40 = 5x + 40$

বা, $5x - 4x = 40 + 40$

$x = 80$

ছাত্র সংখ্যা $= 80$

প্র্যাকটিস

(১) কোন শ্রেণীতে প্রতিবেঞ্চে 2 জন করে বসলে দাঁড়িয়ে থাকে ৪ জন। 4 জন করে বসলে খালি থাকে 6 টি বেঞ্চ। বেঞ্চসংখ্যা x ধরে ছাত্রসংখ্যা ও বেঞ্চসংখ্যা নির্ণয় করো।

(২) একটি বিদ্যালয়ে রবিবার দিন x জন শিক্ষার্থী আশায় প্রতি বেঞ্চে 3 জন করে বসার পরে ও ৪ জনকে দাঁড়িয়ে থাকতে হয়। যদি 4 জন করে বসতো, তাহলে 3 টি বেঞ্চ খালি থাকতো। বেঞ্চসংখ্যা ও ছাত্রসংখ্যার অনুপাত নির্ণয় করো।

(৩) একটি শ্রেণীর প্রতি বেঞ্চে 4 জন শিক্ষার্থী বসলে 3 টি বেঞ্চ খালি থাকে। আবার, প্রতি বেঞ্চে 3 জন করে বসালে 6 জন শিক্ষার্থী দাঁড়িয়ে থাকে। ঐ শ্রেণীতে ছাত্রী সংখ্যার দ্বিগুণ যদি ছাত্র সংখ্যার 3 গুণের চেয়ে 25 কম হয়, তাহলে ছাত্র-ছাত্রী সংখ্যার অনুপাত নির্ণয় করো।

টাইপ ভিত্তিক সমস্যাবলী

Type-04 শতকরা সংক্রান্ত

(১) আরকান সাহেব তার 56000 টাকা কিছু টাকা বার্ষিক 12% মুনাফায় ও বাকি টাকা বার্ষিক 10% মুনাফায় বিনিয়োগ করলেন। এক বছর পর তিনি মোট 6400 টাকা মুনাফা পেলেন। তিনি 12% মুনাফায় কত টাকা বিনিয়োগ করেছেন?

সমাধান:

মনে করি,

12% মুনাফায় x টাকা বিনিয়োগ করেছেন।

$\therefore$ তিনি 10% মুনাফায় বিনিয়োগ করলেন $56000 - x$ টাকা

এখন, x টাকায় 1 বছরের মুনাফা $= x \times \frac{12}{100} \times 1$ টাকা

$= \frac{12x}{100}$ টাকা

আবার, $56000 - x$ টাকায় 1 বছরের মুনাফা $= (56000 - x) \times \frac{10}{100} \times 1$ টাকা

$= \frac{10(56000-x)}{100}$ টাকা

প্রশ্নমতে,

$$\frac{12x}{100} + \frac{10(56000-x)}{100} = 6400$$

$$12x + 560000 - 10x = 640000$$

$$2x = 640000 - 560000$$

$$x = \frac{80000}{2}$$

$$x = 40000$$

$\therefore$ নির্ণেয় আসল 40000 টাকা

প্র্যাকটিস

(১) একজন ব্যবসায়ী 6500 টাকার মধ্যে 3% হার মুনাফায় হয় কিছু টাকা এবং 4% হার মুনাফায় হয় কিছু টাকা বিনিয়োগ করে। সব মিলিয়ে মুনাফা 230 টাকা হয়। সময় উভয় পক্ষেই এক বছর হলে উভয়ের আসল নির্ণয় করো।

(২) মাহিন ও নাহিন একই ব্যাংকে একই দিনে 20% হার সরল মুনাফায় আলাদা আলাদা পরিমাণ অর্থ ঋণ নেন। মাহিনের 2 বছর পর মুনাফা আসলে যত টাকা শোধ করে, নাহিন 3 বছর পর মুনাফা আসলে তত টাকা পরিশোধ করে। মাহিন ও নাহিনের ঋণের অনুপাত নির্ণয় করো

টাইপ ভিত্তিক সমস্যাবলী

Type-05 ডেক ও যাত্রী সম্পর্কিত

(১) একটি স্টিমারেরযাত্রী সংখ্যা 94। মাথাপিছু কেবিনের ভাড়া ডেকের ভাড়ার দ্বিগুণ। ডেকের ভাড়া মাথাপিছু 30 টাকা এবং সেটি ভাড়া প্রাপ্তি 3090 টাকা হলে ডেকের যাত্রী সংখ্যা নির্ণয় করো।

সমাধান:

মনে করি,

কেবিনের যাত্রীসংখ্যা = x জন

ডেকের যাত্রী সংখ্যা = $(94 - x)$ জন

দেওয়া আছে,

ডেকের মাথাপিছু ভাড়া = 30 টাকা

$\therefore$ কেবিনের মাথাপিছু ভাড়া = (30×2) টাকা = 60 টাকা

প্রশ্নমতে,

$60x + (94 - x)30 = 3090$

বা, $60x + 2820 - 30x = 3090$

বা, $30x = 270$

$x = 9$

ডেকে যাত্রী সংখ্যা = $(94 - 9)$ জন = 85 জন

(২) একটি জাহাজের মোট যাত্রীসংখ্যা 112. মাথাপিছু কেবিনের ভাড়া ডেকের ভাড়া আড়াই গুণ। ডেকের ভাড়া মাথাপিছু 40 টাকা। মোট ধারা প্রাপ্তি 7180 টাকা কেবিনের যাত্রী সংখ্যা নির্ণয় করো।

সমাধান:

মনে করি,

কেবিনের যাত্রীসংখ্যা = x জন

ডেকের যাত্রী সংখ্যা = $(112 - x)$ জন

দেওয়া আছে,

$\therefore$ কেবিনের মাথাপিছু ভাড়া $= (40 \times 2.5)$ টাকা $= 100$ টাকা

প্রশ্নমতে,

$$100x + 40(112 - x)30 = 7180$$

বা, $100x + 4480 - 40x = 7180$

বা, $60x = 2700$

বা, $x = 45$

কেবিনের যাত্রীসংখ্যা $= 45$ জন

প্র্যাকটিস

(১) একটি লঞ্চে যাত্রী সংখ্যা 51। ডেকের ভাড়ার তুলনায় কেবিনের ভাড়া দ্বিগুণ এর চেয়ে 10 কম। কেবিনের ভাড়া 150 টাকা এবং মোট ভাড়া প্রাপ্তি 6035 টাকা। ডেকের যাত্রী সংখ্যা নির্ণয় করো।

(২) একটি ইস্টিমারের যাত্রীসংখ্যা 150. মাথাপিছু কেবিনের ভাড়া ডেকের ভাড়ার দ্বিগুণের চেয়ে 15.5 টাকা বেশি। ডেকের ভাড়া মাথাপিছু 25 টাকা হলে এবং মোট ভাড়া প্রাপ্তি 5570 টাকা হলে ডেকের যাত্রীসংখ্যা, কেবিনের যাত্রীসংখ্যার চেয়ে কত বেশি হতো ও তাদের অনুপাত নির্ণয় করো।

(৩) একটি জাহাজে যাত্রীসংখ্যা 275. জন মাথাপিছু কেবিনের ভাড়া চেয়ে ডেকের ভাড়া 38 টাকা কম। কেবিনের ভাড়া 118 টাকা এবং মোট ধারা প্রাপ্তি 4720 টাকা। ডেকের যাত্রীসংখ্যা নির্ণয় কর। ডেকের যাত্রীসংখ্যা পুরুষ ও মহিলাদের সংখ্যার অনুপাত 4:3 হলে কতজন পুরুষ ও কতজন মহিলা আছেন সেখানে?

টাইপ ভিত্তিক সমস্যাবলী

Type-06 মুদ্রা সংক্রান্ত

(১) 232 টি পঁচিশ ও পঞ্চাশ পয়সার মুদ্রায় মোট 83 টাকা হয়। পঁচিশ ও পঞ্চাশ পয়সার মুদ্রা সংখ্যা নির্ণয় করো। যদি মোট টাকার পরিমান ও পঁচিশ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা একই থাকে, তবে বাকি টাকা পূরণ করতে কয়টি 10 পয়সার মুদ্রা লাগবে?

সমাধান:

মনে করি,

পঁচিশ পয়সার মুদ্রা সংখ্যা = x টি

পঞ্চাশ পয়সার মুদ্রাসংখ্যা = $(232 - x)$ টি

∴ x সংখ্যক পঁচিশ পয়সার মুদ্রা হয় = $\frac{25}{100} \times x$ টাকা

232-x সংখ্যক পঞ্চাশ পয়সার মুদ্রা হয় $\frac{232-x}{100} \times 50$ টাকা

প্রশ্নমতে,

$\frac{25x}{100} + \frac{50(232-x)}{100} = 83$ $\frac{25x}{100} + \frac{50(232-x)}{100} = 83$

বা, $\frac{25x+11600-50x}{100} = 83$

বা, $-25x + 11600 = 8300$

বা, $25x = 3300$

বা, $x = 132$

∴ পঁচিশ পয়সার মুদ্রা = 132 টি

∴ পঞ্চাশ পয়সার মুদ্রা = (232-132) টি = 100 টি

এখন,

মোট টাকার পরিমান = 83 টাকা

পঁচিশ পয়সার মুদ্রার পরিমাণ = 132 টি।

132 টি পঁচিশ পয়সার মুদ্রার মোট = $\frac{25}{100} \times 132$ টাকা = 33 টাকা

∴ বাকি থাকে = (83 − 33) টাকা

মনে করি,

50 টাকা পূরণ করতে 10 পয়সার x টি মুদ্রা লাগে।

প্রশ্নমতে,

$\frac{10}{100} \times x = 50$

বা, $x = \frac{50\times100}{10}$

বা, $x = 500$

(২) 120 টি পঁচিশ পয়সার মুদ্রায ও দশ পয়সার মুদ্রায় একত্রে 27 টাকা হলে, 10 পয়সার মুদ্রার সংখ্যা কত হবে?

সমাধান:

মনে করি,

দশ পয়সার মুদ্রা সংখ্যা = x টি

∴ পঁচিশ পয়সার মুদ্রাসংখ্যা = $(120 - x)$ টি

এখানে, 27 টাকা = (27×100) পয়সা

= 2700 পয়সা

প্রশ্নমতে,

$$25(120 - x) + 10x = 2700$$

বা, $300 - 25x + 1x0 = 2700$

বা, $3000 - 2700 = 25x - 10x$

বা, $15x = 300$

বা, $x = 20$

∴10 পয়সার মুদ্রা সংখ্যা = 20 টি

প্র্যাকটিস

(১) 260 টি পঁচিশ পয়সার মুদ্রা ও দশ পয়সার মুদ্রা একত্রে 525 টাকা। মুদ্রার সংখ্যা অপরিবর্তিত রেখে পঁচিশ পয়সার স্থলে দুই টাকা এবং দশ পয়সার স্থলে পঞ্চাশ পয়সা ধরলে 440 টাকা হয়। দুই টাকা ও পঞ্চাশ পয়সার মুদ্রা সংখ্যা ও অর্থের পরিমাণ নির্ণয় করো।

(২) 150 টি পাঁচ পয়সা ও পঞ্চাশ পয়সার মুদ্রায় নোট 55 টাকা হয়। কোন প্রকার মুদ্রার সংখ্যা কত? মোট টাকা নির্দিষ্ট রেখে যদি পঞ্চাশ পয়সার মুদ্রা দ্বিগুণ করা হয়, তাহলে পাঁচ পয়সার মুদ্রা কয়টি বসাতে হবে?

(৩) 120 টি দুই পয়সা ও পাঁচ পয়সার মুদ্রা মোট 15 টাকা হয়। পাঁচ পয়সা ও দুই পয়সার মুদ্রা সংখ্যা নির্ণয় করো। দুই পয়সার স্থলে 25 পয়সা নিলে যদি মোটের ওপর 1 টাকা বৃদ্ধি পায়, তাহলে পঁচিশ পয়সা ও পাঁচ পয়সার মুদ্রা সংখ্যা কত?

টাইপ ভিত্তিক সমস্যাবলী

Type-07 দূরত্ব ও গতিবেগ নির্ণয় সংক্রান্ত

(ক) এক ব্যক্তি গাড়িযোগে ঘন্টায় 60 কিলোমিটার বেগে কিছুদূর অতিক্রম করে ঘণ্টায় 40 কিলোমিটার বেগে অবশিষ্ট পথ অতিক্রম করে। 5 ঘণ্টায় মোট 20 কিলোমিটার গমন করেন। সে 60 কিলোমিটার গতিবেগে কত পথ অতিক্রম করে?

উত্তর:

মনে করি,

60 কিলোমিটার বেগে গমন করে x ঘন্টা

40 কিলোমিটার বেগে গমন করে (5-x) ঘন্টা

60 কিলোমিটার বেগে x ঘন্টায় অতিক্রম করে 60x কিলোমিটার

40 কিলোমিটার বেগে (5-x) ঘন্টায় অতিক্রম করে 40(5-x) কিলোমিটার

প্রশ্নমতে,

বা, $60x + 40(5 - x) = 240$

বা, $60x + 200 - 40x = 240$

বা, $20x = 240 - 200$

বা, $x = \frac{40}{20}$

$x = 2$

প্র্যাকটিস

(1) গাড়িযোগে ক স্থান থেকে খ স্থানে পৌঁছতে পৌঁছতে এক ব্যক্তি সময় লাগে দেড় ঘন্টা। স্থান দুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব 9 কিলোমিটার। গতিপথের রাস্তার কত অংশ ঢালু ছিল। সেখানে গাড়ির গতিবেগ ছিল ঘণ্টায় 72 কিলোমিটার। বাকি পথ ছিল 18 কিলোমিটার। ওই পথের কত কিলোমিটার পথ ঢালু ছিল। উত্তর 72 কিলোমিটার।

টাইপ ভিত্তিক সমস্যাবলী

Type-08 বিবিধ

(১) ঢাকার নিউমার্কেট থেকে গাবতলীর দূরত্ব 12 কিলোমিটার। সজল নিউমার্কেট থেকে রিক্সায় ঘন্টায় 6 কিলোমিটার বেগে এবং কাজল একই স্থান থেকে পায়ে হেঁটে ঘন্টায় 4 কিলোমিটার বেগে গাবতলী দিকে রওনা হলো। সজল গাবতলী পৌঁছে সেখানে 30 মিনিট বিশ্রাম নিয়ে আবার নিউ মার্কেটের দিকে রওনা হলো। তারা নিউমার্কেট থেকে কত দূরে মিলিত হবে?

সমাধান:

সজল 6 কিলোমিটার অতিক্রম করে 1 ঘন্টায়

$\therefore$ সজল 12 কিলোমিটার অতিক্রম করে $\frac{1\times12}{6}$ ঘন্টায়

$= 2$ ঘন্টায়

সজল বিশ্রাম নেয় 30 মিনিট $= \frac{30}{60}$ ঘন্টা

$= \frac{1}{2}$ ঘন্টা

অতিক্রান্ত সময় $= \left(2+\frac{1}{2}\right)$ ঘন্টা

$= \left(\frac{4+1}{2}\right)$ ঘন্টা

$= \frac{5}{2}$ ঘন্টা

কাজল 1 ঘন্টা অতিক্রম করে 4 কিলোমিটার

$\therefore$ $\frac{5}{2}$ ঘন্টা অতিক্রম করে $4 \times \frac{5}{2}$ কিলোমিটার

$= 10$ কিলোমিটার

$\frac{5}{2}$ ঘন্টা পর গাবতলী থেকে কাজলের এর দূরত্ব $(12-10)$ কি.মি.

$= 2$ কি.মি.

ধরি,

গাবতলী থেকে x কিমি দূরে সজল ও কাজল পরস্পর মিলিত হবে।

অর্থাৎ

সজলের অতিক্রান্ত দূরত্ব x কি.মি.

কাজলের অতিক্রান্ত দূরত্ব $(2-x)$ কি.মি.

সজলের x কি.মি. অতিক্রম করতে সময় লাগে $\frac{x}{6}$ ঘন্টা

কাজলের $(2-x)$ কি.মি. অতিক্রম করতে সময় লাগে $\left(\frac{2-x}{4}\right)$ ঘন্টা

যেহেতু উভয়ের ক্ষেত্রে সময় সময় লাগে

সুতরাং

শর্তমতে,

$$\frac{2-x}{4} = \frac{x}{6}$$

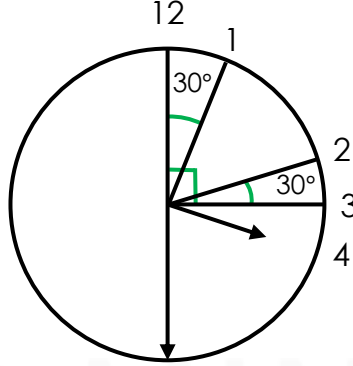
বা, $12-6x = 4x$

বা, $12 = 6x + 4x$

বা, $10x = 12$

বা, $x = \frac{12}{10} = 1.2$ কি.মি.

∴ গাবতলী থেকে 1.2 কিলোমিটার অর্থাৎ নিউমার্কেট থেকে (12-1.2) বা 10.8 কিলোমিটার দূরে তারা পরস্পর মিলিত হবে।

(2) সবুজ 3:30 টার সময় বাসা থেকে ড্রয়িং ক্লাস গেল। সে যখন স্কুল থেকে বাসায় ফিরেছিল তখনও মিনিটের কাটা খাড়া নিচের দিকে ছিল। কিন্তু 3:30 টার তুলনায় দুইটি কাটার মধ্যবর্তী দূরত্ব 30° কম ছিল। সবুজ স্কুল থেকে বাসায় কখন ফিরেছিল?

আমরা জানি,

ঘন্টার কাঁটা একবার সম্পূর্ণ ঘুরে আসলে 360° অতিক্রম করে এবং সময় অতিক্রান্ত হয় 12 ঘণ্টা।

1 ঘন্টা সময় পার্থক্যের জন্য ঘন্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার পার্থক্য হয় $= \frac{360°}{12} = 30°$

$\frac{1}{2}$ ঘন্টা বা 30 মিনিট সময় পার্থক্যের জন্য ঘন্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার পার্থক্য হয় $= \frac{30°}{12} = 15°$

3 টা 30 মিনিটের ঘন্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার পার্থক্য $(30° + 30° + 15°) = 75°$

প্রশ্নমতে,

3 টা 30 মিনিটের তুলনায় ঘন্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার পার্থক্য 30° কম হবে। অর্থাৎ পার্থক্য হবে $(75° - 30°) = 45°$ এবং মিনিটের কাঁটা খাড়া নিচের দিকে অর্থাৎ 6 বরাবর থাকবে। এখন মিনিটের কাঁটা খাড়া নিচের দিকে অর্থাৎ 6 বরাবর থাকবে 3:30 টার পরে এমন সময় গুলো হল:

4:30, 5:30, 6:30, 7:30, 8:30 ইত্যাদি

আবার প্রশ্নানুযায়ী, সবুজের স্কুল থেকে বাসায় ফেরার সময় ঘন্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার মধ্যবর্তী দূরত্ব ছিল 45°

ঘড়ির কাঁটার কেন্দ্রে $360°$ কোণ অতিক্রম করে এবং ঘড়ি 60 টি ছোট ছোট দাগে বিভক্ত যায় প্রতিটি এক মিনিট সময় নির্দেশ করে।

তাই, 60 টি ছোট দাগ $360°$

$\therefore$ 1 টি ছোট দাগ $= \frac{360°}{60°} = 6°$

অর্থাৎ ঘড়ির কাঁটা র ছোট একটি দাগ $6°$ নির্দেশ করে।

এখন $4:30$ টায় সময় ঘন্টার কাঁটা অবস্থান করে 22 ও 23 নং ছোট দাগ এর মাঝামাঝি অর্থাৎ $22\frac{1}{2}$ এ আর মিনিটের কাঁটা অবস্থান করে 30 নং ছোট দাগে।

অতএব, ঘন্টার কাঁটার কোণের মান $= 22\frac{1}{2} \times 6°$

$= 135°$

মিনিটের কাঁটার কোণের মান $= (30 \times 6°)$

$= 180°$

$\therefore$ $4:30$ টায় ঘন্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার পার্থক্য $= (180° - 135°)$

$= 45°$; যা প্রশ্নের প্রদত্ত শর্ত অনুসরণ করে।

আর যেহেতু $4:30$ টা প্রশ্নপত্র শর্ত অনুসরণ করে তাই সবুজের স্কুল থেকে বাসায় আসার সময় $4:30$ টায়।

প্র্যাকটিস

(১) নাবিলের বয়স যখন শুভর বর্তমান বয়সের সমান ছিল তখন শুভর যে বয়স ছিল নাবিলের বর্তমান বয়স তার দ্বিগুণ। শুভর বয়স যখন নাবিলের বর্তমান বয়সের সমান হবে তখন তাদের দুই জনের বয়সের যোগফল 63 হলে, প্রত্যেক এর বর্তমান বয়স কত?

(2) বাসে উঠার লাইনে সোহাগের পিছনে যতজন দাঁড়িয়ে আছে, সামনে তার থেকে দুইজন বেশি দাঁড়িয়ে আছে। তার পেছনে যত জন দাঁড়িয়ে আছে সম্পূর্ণ লাইনে তার তিনগুণ যাত্রী। লাইনের কতজন যাত্রী দাঁড়িয়ে আছে?

(৩) একটি ক্লাসের সাধারণ সময়ে অনুপস্থিত ও উপস্থিত সদস্যদের অনুপাত 1:3। যদি আরো 10 জন সদস্য উপস্থিত বেশি হতো তবে অনুপস্থিত ও উপস্থিত সদস্যদের অনুপাত 1:4 হতো। উপস্থিত সদস্যদের মধ্যে পুরুষ ও মহিলা সদস্যদের অনুপাত 3:4 এবং ওই দিন 15 জন মহিলা সদস্য অনুপস্থিত ছিলেন। পুরুষ ও মহিলা সদস্য সংখ্যার অনুপাত নির্ণয় করো।

টাইপ ভিত্তিক সমস্যাবলী

Type-09 বাহু, পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত

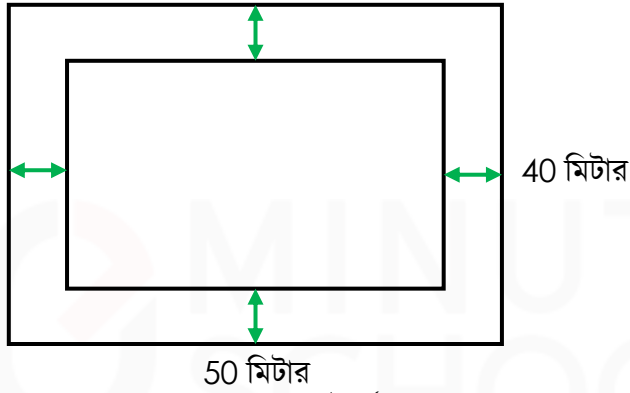
(ক) একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য 50 মিটার এবং প্রস্থ 40 মিটার। বাগানের ভেতর চারদিকের সমান চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তা বাদে বাগানের ক্ষেত্রফল 1200 বর্গমিটার। রাস্তাটি কত মিটার চওড়া?

উত্তর:

মনে করি,

রাস্তাটি x মিটার চওড়া

∴রাস্তা বাদে বাগানের দৈর্ঘ্য $= (50 - 2x)$ মিটার

∴ রাস্তা বাদে বাগানের প্রস্থ $= (40 - 2x)$ মিটার

∴ রাস্তাবাদে বাগানের ক্ষেত্রফল $=$ রাস্তাবাদে বাগানের দৈর্ঘ্য × রাস্তা বাদে বাগানের প্রস্থ

$= (50 - 2x)(40 - 2x)$ বর্গমিটার

প্রশ্নমতে,

$(50 - 2x)(40 - 2x) = 1200$

বা $2000 - 80x - 100x + 4x^2 = 1200$

বা $4x^2 - 180x + 800 = 0$

বা $x^2 - 45x + 200 = 0$

বা, $x(x - 40) - 5(x - 40) = 0$

বা, $(x - 5)(x - 40) = 0$

বা, $(x - 5) = 0$ অথবা, $(x - 40) = 0$

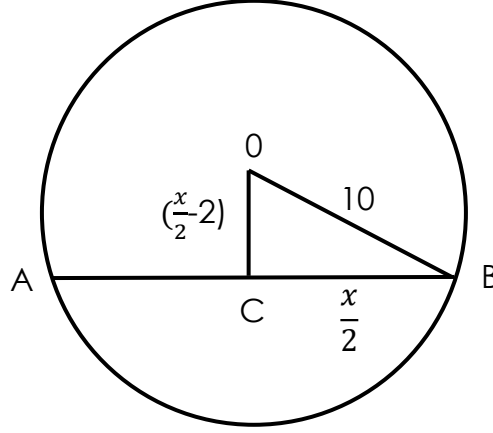
বা, $(x - 5) = 0$ অথবা, $x = 40$

কিন্তু রাস্তাটি বাগানটির প্রস্থ 40 মিটার এর সমান চওড়া হতে পারে না।

$$\therefore\ x \neq 40$$

∴ রাস্তাটি চওড়া 5 মিটার

(খ) 10 সেন্টিমিটার ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বৃত্তের কেন্দ্র হতে একটি জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য বৃত্তের অর্ধ-জ্যা অপেক্ষা 2 সেন্টিমিটার কম। জ্যাটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

উত্তর:

মনে করি,

জ্যা এর দৈর্ঘ্য $AB = x$ সেন্টিমিটার

অর্ধ জ্যা $BC = \frac{x}{2}$ সে.মি.

লম্বের দৈর্ঘ্য $OC = \left(\frac{x}{2} - 2\right)$ সে.মি.

চিত্রানুযায়ী, OCB একটি সমকোণী ত্রিভুজ

এখানে, অতিভুজ OB = বৃত্তের ব্যাসার্ধ = 10 সে.মি.

ভূমি $BC = \frac{x}{2}$ সে.মি.

লম্ব $OC = \left(\frac{x}{2} - 2\right)$ সে.মি.

আমরা জানি,

(অতিভুজ)^2 = (ভূমি)^2 + (লম্ব)^2

$\therefore 10^2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{x}{2} - 2\right)^2$

বা, $100 = \frac{x^2}{4} + \frac{x^2-8x+16}{4}$

বা, $100 = \frac{x^2+x^2-8x+16}{4}$

বা, $2x^2 - 8x + 16 = 400$

বা, $2x^2 - 8x - 384 = 0$

বা, $x^2 - 4x - 192 = 0$

বা, $x^2 - 16x + 12x - 192 = 0$

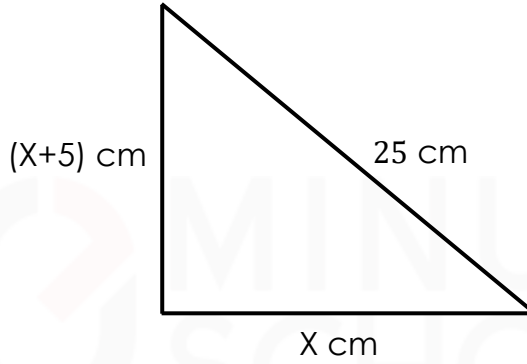
বা, $x(x-16)+12(x-6)=0$

বা, $(x-16)(x+12)=0$

বা, $(x-16)=0$ অথবা, $(x+12)=0$

বা, $x=16$ অথবা, $x\neq -12$ [দৈর্ঘ্য কখনো ঋণাত্মক হতে পারে না]

$\therefore$ জ্যা এর দৈর্ঘ্য 16 সেন্টিমিটার

(গ) একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য 25 সেন্টিমিটার ও অপর বাহুদ্বয়ের অন্তর 5 সেন্টিমিটার, অপর দুটি বাহুর দৈর্ঘ্যের মান নির্ণয় করো।

মনেকরি
সমকোণী ত্রিভুজের,
একটি বাহুর দৈর্ঘ্য বা ক্ষুদ্রতম বাহুর দৈর্ঘ্য x সে.মি.
এবং অপর বাহুর দৈর্ঘ্য = $x+5$ সে.মি.
পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী পাই,

(লম্ব)^2+(ভূমি)^2 = (অতিভুজ)^2

বা, $x^2+(x+5)^2=25^2$

বা, $x^2+(x+5)^2=25^2$

বা, $x^2+x^2+2.x.5+5^2=25^2$

বা, $2x^2+10x+25-625=0$

বা, $2(x^2+5x-300)=0$

বা, $x^2+20x-15x-300=0$

বা, $x(x+20)-15(x+20)=0$

বা, $(x+20)(x-15)=0$

বা, $(x+20)=0$ অথবা, $(x-15)=0$

বা, $x \neq -20$ অথবা, $x=15$ [দৈর্ঘ্য কখনো ঋণাত্মক হতে পারে না]

ক্ষুদ্রতম বাহুর দৈর্ঘ্য $x = 15$ সে.মি

বৃহত্তম বাহুর দৈর্ঘ্য $= x+5$ সে.মি.

$= 15+15$ সে.মি.

$= 20$ সে.মি.

প্র্যাকটিস

ক) একটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য x সেন্টিমিটার এবং একটি আয়তক্ষেত্রের বাহুর প্রস্থ ও দৈর্ঘ্য $(x-5)$ ও $(x+20)$ সেন্টিমিটার। বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

খ) একটি জমির ক্ষেত্রফল 192 বর্গমিটার। জমিটির দৈর্ঘ্য 4 মিটার কমালে ও প্রস্থ 4 মিটার বাড়ালে ক্ষেত্রফল অপরিবর্তিত থাকে। দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় করো।

টাইপ ভিত্তিক সমস্যাবলী

Type-10 চাঁদা সংক্রান্ত

(১) কোন সংগঠনের সদস্যগণ প্রত্যেকেই সদস্য সংখ্যার 100 গুন চাঁদা দেওয়ার সিদ্ধান্ত নিলেন। কিন্তু 4 জন সদস্য চাঁদা না দেয়ায় পূর্বের চেয়ে জনপ্রতি চাঁদার পরিমাণ 500 টাকা বেড়ে গেল। সংগঠনের সদস্য সংখ্যা এবং মোট টাকার পরিমান নির্ণয় করো।

উত্তর:

মনে করি,

সংগঠনের সদস্য সংখ্যা $= x$ জন

প্রত্যেকের চাঁদার পরিমাণ $= (100 \times x)$ টাকা

$\therefore$ মোট চাঁদার পরিমাণ $= (100x \times x)$ টাকা

$= 100x^2$ টাকা

4 জন না দেয়ায় নতুন সদস্য সংখ্যা $= (x-4)$ জন

$\therefore$ প্রত্যেকের চাঁদার পরিমাণ $= (100x+500)$

মোট চাঁদা $= (x-4)(100x+500)$

প্রশ্নমতে,

$$100x^2 = (x-4)(100x+500)$$

বা, $100x^2 = 100x^2 - 400x + 500x - 2000$

বা, $100x = 2000$

বা, $x = 20$

মোট চাঁদার পরিমাণ $= 100 \times 20^2$ টাকা

$= 40000$ টাকা

(২) একটি বনভোজনে যাওয়ার জন্য 5700 টাকার একটি বাস ভাড়া হল এবং শর্ত হলো যে প্রত্যেক যাত্রী সমান ভাড়া বহন করবে। 5 জন যাত্রী না যাওয়ায় মাথাপিছু ভাড়া 3 টাকা বৃদ্ধি পেল। বাসে যাত্রী সংখ্যা ও মাথাপিছু ভাড়া নির্ণয় করো।

উত্তর:

মনে করি,

যাত্রীসংখ্যা $= x$ জন

গড় ভাড়া $= \frac{5700}{x}$

5 জন যাত্রী না যাওয়ায় নতুন যাত্রীসংখ্যা $= x - 5$ জন

গড় ভাড়া ও টাকা করে বৃদ্ধি পাওয়ায় নতুন গড় ভাড়া $= \left(\frac{5700}{x} + 3\right)$

$\therefore$ মোট ভাড়া $= (x-5)\left(\frac{5700}{x} + 9\right)$

প্রশ্নমতে,

$$(x-5)\left(\frac{5700}{x} + 9\right) = 5700$$

বা, $5700 + 3x - \frac{5.5700}{x} - 15 = 5700$

বা, $5700 + 3x - \frac{28500}{x} - 15 = 5700$

বা, $3x - \frac{28500}{x} - 15 = 0$

বা, $\frac{3x^2 - 28500 - 15x}{x} = 0$

বা, $3x^2 - 15x - 28500 = 0$

বা, $x^2 - 5x - 9500 = 0$

বা $x^2 - 100x + 95x - 9500 = 0$

বা $x(x - 100) + 95(x - 100) = 0$

বা $(x - 100)(x + 95) = 0$

বা $(x - 100) = 0$ অথবা, $(x + 95) = 0$

বা $x = 100$ অথবা, $x = -95$ [যেহেতু যাত্রীসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না]

∴ বাসের যাত্রীসংখ্যা $= (100 - 5)$ জন $= 95$ জন

মাথাপিছু ভাড়া

$= \frac{5700}{95}$ টাকা

$= 60$ টাকা

প্র্যাকটিস

(1) একটি শ্রেণীতে যতজন ছাত্র-ছাত্রী পরে প্রত্যেকে তাদের সহপাঠী সংখ্যার সমান চাঁদা দেয়াতে মোট 812 টাকা উঠল। ঐ শ্রেণীর ছাত্র ছাত্রী সংখ্যা ও জনপ্রতি চাঁদার পরিমাণ নির্ণয় করো।

(2) একটি শ্রেণীতে 80 জন শিক্ষার্থীর মধ্যে কিছু শিক্ষার্থী 6 টাকা এবং অন্যান্যরা 2 টাকা করে চাঁদা দেয়ায় চাঁদার পরিমাণ ছাত্র সংখ্যার 4 গুণের সমান হয়। কতজন ছাত্র 6 টাকা এবং কতজন ছাত্র 2 টাকা করে চাঁদা দিয়েছে?

(3) একটি শ্রেণীতে যতজন ছাত্র-ছাত্রী পরে, তারা প্রত্যেকে তার চেয়ে 40 টাকায় বেশি চাঁদা দেওয়ার পর 1200 টাকা উঠল । ঐ শ্রেণীর মোট ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা নির্ণয় করো। প্রত্যেকে যদি আরও 5 টাকা বেশি চাঁদা দিত, তাহলে মোট টাকার পরিমান কত হতো?

টাইপ ভিত্তিক সমস্যাবলী

Type-11 গড় সংক্রান্ত

(১) সজীবদের লিচু গাছ থেকে সজীব ও তার বন্ধুরা x জনের জন্য মোট 1950 লিচু পারল। পরবর্তীতে সজীবের ছোট ভাই উপস্থিত হওয়ায় আরো 34 টি পাড়া হলেও গড়ে 1 টি লিচু কমে গেল। সজীবের ভাই আসায় প্রত্যেকে কয়টি লিচু পেল, তা x এর মাধ্যমে প্রকাশ করো।

সমাধান:

x জনের প্রাপ্ত লিচু সংখ্যা $= 1950 \; = \frac{1950}{x}$

x জনের প্রাপ্ত লিচু গড় $= \frac{1950}{x}$

সজীবের ছোট ভাই আসায় $(x+1)$ জনের প্রাপ্ত লিচু সংখ্যা $1950 + 34 = 1984$

সজীবের ছোট ভাই আসায় $(x+1)$ জনের প্রাপ্ত লিচুর গড় $= \frac{1984}{x+1}$

$\therefore$ সজীবের ছোট ভাই আশায় প্রত্যেকে $\frac{1984}{x+1}$ টি করে লিচু পেল।

(২) X জন ছাত্রের গনিতে প্রাপ্ত নম্বরের সমষ্টি 1190। এর সাথে 88 নম্বর প্রাপ্ত একজন ছাত্রের নম্বর যোগ হওয়ায় ছাত্রদের প্রাপ্ত নম্বরের গড় 1 বেড়ে গেল। প্রাপ্ত নম্বরের তথ্যের ভিত্তিতে সমীকরণ গঠন করো।

x ছাত্রের গনিতে প্রাপ্ত নম্বরের সমষ্টি 1190

$\therefore$ x ছাত্রের গনিতে প্রাপ্ত নম্বরের গড় $\frac{1190}{x}$

1 জন ছাত্রের নম্বর যোগ হলে মোট নম্বর $= (1190 + 88)$

$= 1278$

$= 1278$

$(x+1)$ জন ছাত্রের গড় নম্বর $= \frac{1278}{x+1}$

প্রশ্নমতে,

$$\frac{1278}{x+1} - \frac{1190}{x} = 1$$

প্র্যাকটিস

(১) কমল 1260 টাকায় কতগুলো কলম ক্রয় করে দেখল যে, সে যদি একটি কলম বেশি পেত তবে প্রত্যেকটি কলমের ক্রয় মূল্য ঘরে 1 টাকা পড়তো। কমল কয়টি কলম ক্রয় করেছিল?

(২) Y জন ছাত্রের গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের সমষ্টি 1119। এর সাথে 88 নম্বর প্রাপ্ত একজন ছাত্রের নম্বর যোগ হওয়ায় ছাত্রদের প্রাপ্ত নম্বর 1 বেড়ে গেল। Y এর মানের সাথে কত নম্বর প্রাপ্ত একজন ছাত্রের নম্বর যোগ করলে প্রাপ্ত নম্বরের গড় 1 কমে যাবে তা নির্ণয় করো।

(৩) একটি বিদ্যালয়ের পঞ্চম শ্রেণীর একটি পরীক্ষায় P জন ছাত্রের গণিতে প্রাপ্ত নম্বর 2050। একই পরীক্ষায় একজন নতুন ছাত্রী গণিতে প্রাপ্ত নম্বর 58 যোগ করায় প্রাপ্ত নম্বরের গড় 2 কমে গেল। পৃথকভাবে P জন ছাত্রের এবং নতুন ছাত্রসহ সকলের প্রাপ্ত নম্বরের গড় P এর মাধ্যমে প্রকাশ করো।

সৃজনশীল (CQ)

প্রশ্ন-০১:

বার্ষিক ক্রীড়া অনুষ্ঠান করার জন্য কোনো এক সমিতির সদস্যরা বাজেট করলেন এবং মাথাপিছু প্রত্যেক সদস্যের চাঁদা ধার্য হল মোট সদস্য সংখ্যার 3 গুণ অপেক্ষা 15 টাকা কম। কিন্তু 5 জন সদস্য চাঁদা দিতে অসম্মতি জানালে মোট বাজেটে 1800 টাকার ঘাটতি হলো।

(ক) সমিতির মোট সদস্য সংখ্যা x হলে বাজেটের ঘাটতি পূরণ করতে হলে প্রত্যেক সদস্যের মাথাপিছু চাঁদার পরিমাণ কত বৃদ্ধি পাবে?

(খ) সমিতির সদস্য সংখ্যা এবং মোট চাঁদার পরিমাণ নির্ণয় কর।

(গ) মোট চাঁদার $\frac{1}{3}$ অংশ 5% হারে 3 বছরের জন্য এবং অবশিষ্ট টাকা r% হারে 2 বছরের জন্য সরল মুনাফায় বিনিয়োগ করে সমান মুনাফা পাওয়া গেলে r এর মান কত হবে?

সমাধান:

ক)

$\frac{x(3x-15)}{x-5} - (3x-15)$ টাকা

খ) 150 জন; 45000 টাকা

গ) 3.75%

প্রশ্ন-০২:

একটি স্টীমারে যাত্রী সংখ্যা 376 জন। কেবিনের যাত্রীর মাথাপিছু ভাড়া ডেকের যাত্রীর মাথাপিছু ভাড়ার দ্বিগুণ। ডেকের যাত্রীর মাথাপিছু ভাড়া 60 টাকা এবং মোট ভাড়া প্রাপ্তি 27120 টাকা। আবার কেবিনের যাত্রী সংখ্যা দুই অঙ্কবিশিষ্ট কোনো সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের যোগফল থেকে 61 বেশি। অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে প্রাপ্ত সংখ্যা প্রদত্ত সংখ্যা থেকে 27 বেশি।

(ক) ডেকে যাত্রী সংখ্যার x ধরে সমীকরণ কর।

(খ) কেবিন থেকে প্রাপ্ত ভাড়ার পরিমাণ নির্ণয় কর।

(গ) সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

সমাধান:

ক) দেওয়া আছে

ডেকের যাত্রীসংখ্যা $= x$

$\therefore$ কেবিনের যাত্রীসংখ্যা $= 376 - x$

আবার, ডেকের যাত্রীর মাথাপিছু ভাড়া $= 60$ টাকা

$= 120$ টাকা

$\therefore$ মোট ভাড়ার পরিমাণ $= 60x + 120(376 - x)$

প্রশ্নমতে,

$$60x + 120(376 - x) = 27120 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (ii)$$

খ) ক হতে পাই,

$60x + 120(376 - x) = 27120$

বা, $60x + 45120 - 120x = 27120$

বা, $60x - 120x = 27120 - 45120$

বা, $-60x = -18000$

বা, $x = \frac{-18000}{-60}$

$$\therefore x = 300$$

∴ কেবিনেট যাত্রী সংখ্যা $= 376 - x$

$= 376 - 300$

$= 76$

অর্থাৎ, কেবিনের যাত্রীর মোট ভাড়া $= (76 \times 120)$

$= 9120$ টাকা

গ)

'খ' হতে পাই

কেবিনের যাত্রীসংখ্যা $= 76$

মনে করি,

দুই অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যাটির-

একক স্থানীয় অঙ্ক $= m$

ও দশক স্থানীয় অঙ্ক $= n$

∴ সংখ্যাটি $= 10n + m \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (i)$

এখন, প্রথম শর্ত মতে,

$m + n + 61 = 76$

$m + n = 76 - 61 = 15$

অঙ্ক আবার অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে সংখ্যাটি দাঁড়ায় $= 10m + n$

∴ দ্বিতীয় শর্ত মতে,

$(10m + n) = 27 + (10n + m)$

বা, $10m + n - 10n - m = 27$

বা, $9m - 9n = 27$

বা, $9(m - n) = 27$

বা, $(m - n) = 3 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (ii)$

$(\text{i}) + (\text{ii}) \Rightarrow 2m = 18$

$\therefore m = 9$

(i) নং এ m এর মান বসিয়ে পাই,

$9 + n = 15$

$\therefore n = 6$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 10n + m$

$= 10 \times 6 + 9$

$= 69$

প্রশ্ন-০৩:

একটি শ্রেণিতে নির্দিষ্ট সংখ্যক ছাত্র এবং 6 জন ছাত্রী আছে। ঐ শ্রেণিতে ছাত্র সংখ্যা যত, প্রত্যেক ছাত্র-ছাত্রী তত টাকা করে চাঁদা দেয়। দুইজন ছাত্রের জন্য একটি এবং তিন জন ছাত্রীর জন্য একটি করে বেঞ্চ উক্ত শ্রেণিকক্ষের জন্য নির্মাণ করা হলো।

(ক) যদি ছাত্র সংখ্যা x হয়, তবে মোট চাঁদার পরিমাণ বীজগাণিতিক রাশির মাধ্যমে প্রকাশ কর।

(খ) মোট চাঁদার পরিমাণ 280 টাকা হলে, প্রত্যেক ছাত্রী কত টাকা চাঁদা দেয়? ছাত্রদের মোট চাঁদার পরিমাণ নির্ণয় কর।

(গ) যদি ঐ শ্রেণির বেঞ্চগুলোর মোট নির্মাণ ব্যয় 7634.25 টাকা হয়, তবে ছাত্রদের জন্য প্রয়োজনীয় বেঞ্চের সংখ্যা এবং নির্মাণ খরচ নির্ণয় কর।

সমাধান:

ক) মনেকরি,

ছাত্র সংখ্যা x

$\therefore$ ছাত্র-ছাত্রীদের মোট সংখ্যা $= (x + 6)$

প্রশ্নানুসারে, প্রত্যেক ছাত্র অথবা প্রত্যেক ছাত্রী কর্তৃক প্রদত্ত চাঁদার পরিমাণ $= x$ টাকা

$\therefore$ মোট চাঁদার পরিমাণ $= x(x + 6)$ টাকা

খ) প্রশ্নানুসারে,

$$x(x+6) = 280$$

বা $x^2 + 6x = 280$

বা $x^2 + 6x - 280 = 0$

বা $x^2 + 20x - 14x - 280 = 0$

বা $x(x+20) - 14(x+20) = 0$

বা $(x+20) = 0$ অথবা, $(x-14) = 0$

অর্থাৎ, $x = -20$ অথবা, $x = 14$

এখানে, $x = -20$ গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ ছাত্রসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

$\therefore x = 14$

$\therefore$ প্রত্যেক ছাত্রছাত্রী চাঁদা দেয় 14 টাকা করে।

$\therefore$ ছাত্রদের মোট চাঁদার পরিমান $= 14 \times 14$ টাকা

$= 196$ টাকা

গ) 6 জন ছাত্রীর জন্য লাগে $= (6 \div 3)$ টি বেঞ্চ

$= 2$ টি বেঞ্চ

এবং

14 জন ছাত্রের জন্য লাগে $= (14 \div 2)$ টি বেঞ্চ

$= 7$ টি বেঞ্চ

ঐ শ্রেণির বেঞ্চের মোট নির্মাণ খরচ $= 7634.25$ টাকা

$\therefore$ ছাত্রদের জন্য প্রয়োজনীয় বেঞ্চের নির্মাণ খরচ-

$$= \frac{7}{7+2} \times 7634.25$$

$$= \frac{7}{9} \times 7634.25$$

$$= 5937.25$$

অর্থাৎ ছাত্রদের জন্য প্রয়োজনীয় বেঞ্চে সংখ্যা 7 টি এবং নির্মাণ খরচ 5937.75 টাকা

প্রশ্ন-০৪:

7 মিটার দৈর্ঘ্য ও 3 মিটার প্রস্থ বিশিষ্ট একটি আয়তাকার বাগানের বাইরে চারদিকে একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফলের 11 বর্গমিটার।

(ক) রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল কত?

(খ) রাস্তাটির প্রস্থ কত?

(গ) রাস্তাটি বাগানের ভেতরে হলে এবং এর ক্ষেত্রফল 16 বর্গমিটার হলে, রাস্তার প্রস্থ কত?

সমাধান:

ক)

বাগানের দৈর্ঘ্য = 7 মিটার

বাগানের প্রস্থ = 3 মিটার

∴ বাগানের ক্ষেত্রফল = 7×3 বর্গমিটার

= 21 বর্গমিটার

রাস্তাটি বাগানের বাইরে র দিকে এবং এর ক্ষেত্রফল 11 বর্গমিটার

∴ রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল = $(21 + 11)$ বর্গমিটার

= 32 বর্গমিটার

খ)

মনেকরি,

রাস্তাটি প্রস্থ x মিটার

∴ রাস্তাসহ বাগানের প্রস্থ = $(3 + 2x)$ মিটার

এবং রাস্তাসহ বাগানের দৈর্ঘ্য = $(7 + 2x)$ মিটার

প্রশ্নমতে,

$(3 + 2x)(7 + 2x) = 32$

বা, $21 + 6x + 14x + 4x^2 - 32 = 0$

বা, $4x^2 + 20x - 11 = 0$

বা, $4x^2 + 20x - 11 = 0$

বা, $4x^2 + 22x - 2x - 11 = 0$

বা, $2x(2x + 11) - 1(2x + 11) = 0$

বা $(2x + 11)(2x - 1) = 0$

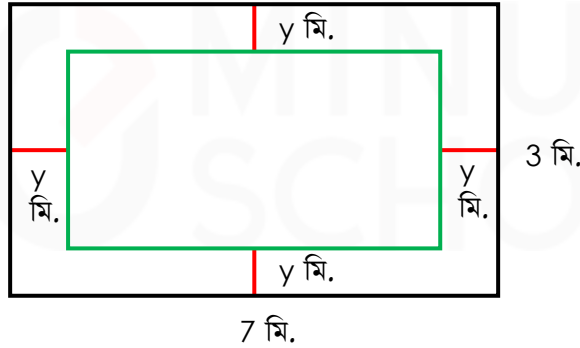
$\therefore 2x + 11 = 0$ অথবা, $2x - 1 = 0$

বা, $2x = -11$ বা, $2x = 1$

$\therefore x = -\frac{11}{2}$ $\therefore x = \frac{1}{2}$

কিন্তু দৈর্ঘ্য ঋণাত্মক হতে পারে না বলে $x = -\frac{11}{2}$ গ্রহণযোগ্য নয়।

$\therefore$ রাস্তার প্রস্থ $= \frac{1}{2}$ মিটার

গ)

মনেকরি,

রাস্তার প্রস্থ y মিটার

$\therefore$ রাস্তাবাদে বাগানের দৈর্ঘ্য $= (7 - 2y)$ মিটার

এবং রাস্তাবাদে বাগানের প্রস্থ $= (3 - 2y)$ মিটার

$\therefore$ রাস্তাবাদে বাগানের ক্ষেত্রফল $= (7 - 2y)(3 - 2y)$ বর্গমিটার

প্রশ্নমতে,

$(7 - 2y)(3 - 2y) = 21 - 16$

বা $21 - 14y - 6y + 4y^2 - 21 + 16 = 0$

বা $4y^2 - 20y + 16 = 0$

বা $y^2 - 5y + 4 = 0$

বা, $y^2 - 4y - y + 4 = 0$

বা, $y(y-4) - 1(y-4) = 0$

বা, $(y-4)(y-1) = 0$

$\therefore y - 4 = 0$ অথবা, $y - 1 = 0$

বা, $y = 4$ বা, $y = 1$

$\therefore x = -\frac{11}{2}$ $\therefore x = \frac{1}{2}$

কিন্তু বাগানের প্রস্থ $= 3$ মিটার বলে $y = 4$ গ্রহণযোগ্য নয়

$\therefore$ রাস্তার প্রস্থ 1 মিটার

প্রশ্ন-০৫:

একটি শ্রেণিতে নির্দিষ্ট সংখ্যক ছাত্র এবং 6 জন ছাত্রী আছে। ঐ শ্রেণিতে ছাত্র সংখ্যা যত, প্রত্যেক ছাত্র-ছাত্রী এক ব্যক্তি গাড়িযোগে ঘন্টায় 60 কিলোমিটার বেগে কিছুদূর অতিক্রম করে ঘণ্টায় 40 কিলোমিটার বেগে অবশিষ্ট পথ অতিক্রম করে 5 ঘণ্টায় মোট 240 কিলোমিটার গমন করে।

(ক) 60 কিলোমিটার বেগে x কিলোমিটার গেলে 40 কিলোমিটার বেগে অবশিষ্ট পথ কত ঘন্টায় গিয়েছিল তা এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

(খ) শর্তানুসারে সমীকরণ গঠন করে 60 কিলোমিটার বেগে কতদূর গিয়েছিল তার নির্ণয় করো।

(গ) 60 কিলোমিটার বেগে গাড়িটি চললে প্রতি কিলোমিটারে জ্বালানী খরচ যত টাকা হয়, 40 কিলোমিটার বেগে চললে জ্বালানি খরচ 5 টাকা বেশি হয়। মোট জ্বালানী খরচ 3000 টাকা হলে, 60 কিলোমিটার বেগে অতিক্রম করার খরচ কত হবে

সমাধান:

ক)

এখানে,

60 কি.মি. বেগে গিয়েছিল x কি.মি.

$\therefore$ 40 কি.মি. বেগে গিয়েছিল $(240 - x)$ কি.মি.

গাড়িটি ঘণ্টায় 40 কি.মি. বেগে $(240 - x)$ কি.মি. যেতে সময় লেগেছিল $\frac{(240-x)}{40}$ ঘণ্টা

খ)

60 কি.মি. বেগে গমন করে x ঘণ্টা

∴ 40 কি.মি. বেগে গমন করে $(5-x)$ ঘণ্টা

60 কি.মি. বেগে x ঘণ্টায় অতিক্রম করে $60x$ কি.মি.

40 কি.মি. বেগে $(5-x)$ ঘণ্টায় অতিক্রম করে $40(5-x)$ কি.মি.

প্রশ্নমত,

$$60x + 40(5-x) = 240$$

বা, $60x + 200 - 40x = 240$

বা, $20x = 240 - 200$

বা, $20x = 40$

বা, $x = \frac{40}{20}$

$\therefore x = 2$

60 কি.মি. বেগে অতিক্রম করে (60×2) কি.মি. $= 120$ কি.মি

গ)

এখানে,'খ' হতে পাই,

ঘণ্টায় 60 কি.মি. বেগে অতিক্রম করে 120 কি.মি.

ঘণ্টায় 40 কি.মি. বেগে অতিক্রম করে $(240-120)$ কি.মি.

$= 120$ কি.মি

মনেকরি,

ঘণ্টায় 60 কি.মি. বেগে চলতে প্রতি কি.মি.-এ খরচ হয় y টাকা

∴ঘণ্টায় 40 কি.মি. বেগে চলতে প্রতি কি.মি.-এ খরচ হয় y+5 টাকা

প্রশ্নমতে,

$$120 \times y + 120(y+5) = 3000$$

বা, $120y + 120y + 600 = 3000$

বা, $240y = 2400$

বা, $y = \frac{2400}{240}$

$\therefore y = 10$

∴ ঘণ্টায় 60 কি.মি. বেগে চলতে প্রতি কি.মি.-এ খরচ হয় 10 টাকা

∴ 60 কি.মি. বেগে 120 কি.মি.-এ খরচ হয় =(10×120) টাকা

=1200 টাকা

প্রশ্ন-০৬:

120 টি পঁচিশ পয়সার মুদ্রা ও দশ পয়সার মুদ্রা একত্রে 27 টাকা।

(ক) পঁচিশ পয়সার মুদ্রা সংখ্যা x হলে মোট মুদ্রার মান x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর

(খ) কোন প্রকারের মুদ্রার সংখ্যা কত নির্ণয় কর।

(গ) মুদ্রার সংখ্যা অপরিবর্তিত রেখে পঁচিশ পয়সার স্থলে এক টাকা এবং দশ পয়সার স্থলে দুই টাকা ধরলে মোট 180 টাকা হয়। তাহলে কোন প্রকারের মুদ্রার অর্থের পরিমাণ কত হবে?

সমাধান:

ক)

এখানে,

পঁচিশ পয়সার মুদ্রা $= x$ টি

∴ দশ পয়সার মুদ্রা $= (120 - x)$ টি

∴ সর্বমোট মুদ্রার মান $= \left(\frac{x}{4} + \frac{120-x}{10}\right)$ টাকা

$= \frac{5x+240-2x}{20}$ টাকা

$= \frac{5x+240-2x}{20}$ টাকা

খ)

মনেকরি,

পঁচিশ পয়সার মুদ্রা $= x$ টি

∴ দশ পয়সার মুদ্রা $= (120 - x)$ টি

∴ পঁচিশ পয়সার মুদ্রার অর্থের পরিমাণ $= \frac{x}{4}$ টাকা

দশ পয়সার মুদ্রার অর্থের পরিমাণ $= \frac{120-x}{10}$ টাকা

প্রশ্নমতে,

$\frac{x}{4} - \frac{120-x}{10} = 27$

বা, $\frac{5x+240-2x}{20} = 27$

বা, $\frac{3x+240}{20} = 27$

বা, $3x + 240 = 540$

বা, $3x = 540 - 240$

বা, $3x = 300$

বা, $x = \frac{300}{3}$

$\therefore x = 100$

পঁচিশ পয়সার মুদ্রা $= 100$ টি

∴ দশ পয়সার মুদ্রা $= (120 - 100)$ টি

$= 20$ টি

গ)

মনেকরি,

এক টাকার মুদ্রা সংখ্যা $= x$

∴ দুই টাকার মুদ্রা সংখ্যা $= (120 - x)$

∴ x টি এক টাকার মুদ্রার অর্থের পরিমাণ $= x \times 1$ টাকা

$= x$ টাকা

(120-x) টি এক টাকার মুদ্রার অর্থের পরিমাণ $= (120 - x) \times 2$ টাকা

$= (240 - 2x)$ টাকা

প্রশ্নমতে,

$x + 240 - 2x = 180$

বা, $x + 240 - 2x = 180$

বা, $-x + 240 = 180$

বা, $-x = 180 - 240$

বা, $-x = -60$

$\therefore x = 60$

$\therefore$ এক টাকার মুদ্রা সংখ্যা $= 60$

$\therefore$ দুই টাকার মুদ্রা সংখ্যা $= (120 - 60) = 60$

আবার, এক টাকার 60 টি মুদ্রার অর্থের পরিমাণ $= 60 \times 1$ টাকা

দুই টাকার 60 টি মুদ্রার অর্থের পরিমাণ $= 60 \times 2$ টাকা

$= 120$ টাকা

$\therefore$ এক টাকার মুদ্রার অর্থের পরিমাণ 60 টাকা এবং দুই টাকার মুদ্রার অর্থের পরিমাণ 120 টাকা

প্রশ্ন-০৭:

কমল 1260 টাকায় কতগুলো ক্রয় করে দেখলো যে, সে যদি একটি কলম বেশি পেত তবে প্রত্যেকটি কর্মের ক্রয় মূল্য ও গড়ে এক টাকা কম পড়ত।

(ক) $3^x = 6561$ হলে x এর মান কত?

(খ) কমল কতটি কলম ক্রয় করেছিল?

(গ) কমল যদি কলম না কিনে 10% মুনাফা হারে উত্তরা কা পাঁচ বৎসরের জন্য বিনিয়োগ করত তবে চক্রবৃদ্ধি মুনাফা, সরল মুনাফার চেয়ে কত টাকা বেশি হত?

সমাধান:

ক) দেওয়া আছে,

$3^x = 6561$

বা, $e^x = 3^8$

$\therefore x = 8$

খ)

ধরি, কলমের সংখ্যা $= x$

$\therefore$ প্রতিটি কলমের মূল্য টাকা $= \frac{1260}{x}$ টাকা

আবার, কলম 1 টি বেশি পেলে কলমের সংখ্যা হয় $(x+1)$ টি

$\therefore$ তখন প্রতিটি কলমের মূল্য $= \frac{1260}{x+1}$

প্রশ্নমতে,

$$\frac{1260}{x} - \frac{1260}{x+1} = 1$$

বা, $\frac{1260(x+1)-1260x}{x(x+1)} = 1$

বা, $1260(x+1) - 1260x = x(x+1)$

বা, $1260x + 1260 - 1260x = x^2 + x$

বা, $x^2 + x - 1260 = 0$

বা, $x^2 + 36x - 35x - 1260 = 0$

বা, $x(x+36) - 35(x+36) = 0$

বা, $(x+36)(x-35) = 0$

বা, $(x+36) = 0$ অথবা, $(x-35) = 0$

বা, $x = -36$ অথবা, $x = 35$

যা গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ কলম সংখ্যার ঋণাত্মক হতে পারে না

$\therefore\ x = 35$

$\therefore$ কলামের সংখ্যা $= 35$

গ)

এখানে, মূলধন $P = 1260$ টাকা

মুনাফার হার $r = 10\%$ টাকা

এবং সময় $= 5$ বছর

$\therefore$ সরল মুনাফা $= Prn$

$= 1260 \times 5 \times 10\%$

$= 1260 \times 5 \times \frac{10}{100}$

$=$ 630 টাকা

∴ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা $= P(1+r)^n - P$

$= 1260\left(1+\frac{10}{100}\right)^5 - 1260$

$= 2029.2426 - 1260$

$= 769.2426$

∴ সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার মধ্যে পার্থক্য:-

$= (769.2426 - 630)$ টাকা

$= 139.2426$ টাকা

প্রশ্ন-০৮:

a ও b দুইটি বীজগাণিতিক রাশি।

(ক) দেখাও যে, $\frac{ax}{b} - \frac{bx}{a} = a^2 - b^2$ সমীকরণের বীজ, বীজগাণিতিক রাশি দুইটির গুনফলের সমান।

(খ) দেখাও যে, $\frac{x-a}{b} + \frac{x-b}{a} + \frac{x-3a-3b}{a+b} = 0$ সমীকরণের বীজ, বীজগাণিতিক রাশি দুইটির যোগফলের সমান।

(গ) দেখাও যে, $\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} = \frac{a+b}{x-a-b}$ সমীকরণের বীজ, বীজগাণিতিক রাশি দুইটির যোগফলের অর্ধেক।

সমাধান:

ক) প্রদত্ত সমীকরণ:

$\frac{ax}{b} - \frac{bx}{a} = a^2 - b^2$

বা, $\frac{a^2x - b^2x}{ab} = a^2 - b^2$

বা, $a^2x - b^2x = ab(a^2 - b^2)$

বা, $x(a^2 - b^2) = ab(a^2 - b^2)$

বা, $x = \frac{ab(a^2-b^2)}{(a^2-b^2)}$

$\therefore\ x = ab$

∴ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ, বীজগাণিতিক রাশি দুইটির গুনফলের সমান।

(Showed)

খ) প্রদত্ত সমীকরণ:

$$\frac{x-a}{b} + \frac{x-b}{a} + \frac{x-3a-3b}{a+b} = 0$$

বা, $\frac{x-a}{b} + \frac{x-b}{a} + \frac{x-3(a+b)}{a+b} = 0$

বা, $\frac{x-a}{b} + \frac{x-b}{a} + \frac{x}{a+b} - \frac{3(a+b)}{a+b} = 0$

বা, $\frac{x-a}{b} + \frac{x-b}{a} + \frac{x}{a+b} - 3 = 0$

বা, $\left(\frac{x-a}{b} - 1\right) + \left(\frac{x-b}{a} - 1\right) + \left(\frac{x}{a+b} - 1\right) = 0$

বা, $\frac{x-a-b}{b} + \frac{x-b-a}{a} + \frac{x-a-b}{a+b} = 0$

বা, $(x - a - b)\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a} + \frac{1}{a+b}\right) = 0$

এখানে,

$\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a} + \frac{1}{a+b}\right) \neq 0$ [কারণ x চলকবিহীন রাশি]

$\therefore x - a - b = 0$

বা, $x = a + b$

প্রদত্ত সমীকরণের বীজ, বীজগাণিতিক রাশি দুটির যোগফলের সমান।

(Showed)

গ) প্রদত্ত সমীকরণ:

$$\frac{a}{x-a}+\frac{b}{x-b}=\frac{a+b}{x-a-b}$$

বা, $\frac{a}{x-a}+\frac{b}{x-b}=\frac{a}{x-a-b}+\frac{b}{x-a-b}$

বা, $\frac{a}{x-a}-\frac{a}{x-a-b}=\frac{b}{x-a-b}-\frac{b}{x-b}$

বা, $\frac{a(x-a-b)-a(x-a)}{(x-a-b)(x-a)}=\frac{b(x-b)-b(x-a-b)}{(x-a-b)(x-b)}$

বা, $\frac{ax-a^2-ab-ax+a^2}{(x-a-b)(x-a)}=\frac{bx-b^2-bx+ab+b^2}{(x-a-b)(x-b)}$

বা, $\frac{-ab}{(x-a-b)(x-a)}=\frac{ab}{(x-a-b)(x-b)}$

বা, $\frac{-1}{(x-a)}=\frac{1}{(x-b)}$ [উভয়পক্ষকে $\frac{(x-a-b)(x-a)}{ab}$ দ্বারা গুন করে]

বা, $x-a=-x+b$ [আড়গুণন করে]

বা, $x+x=a+b$

বা, $2x=a+b$

$\therefore\ x=\frac{a+b}{2}$

∴ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ, বীজগাণিতিক রাশি দুটির যোগফলের অর্ধেক।

(Showed)

বহুনির্বাচনী (MCQ)

১। দুটি বীজগাণিতিক রাশি x ও y এর গুণফল $xy = 0$ হলে,

i. $x = 0$ অথবা $y = 0$

ii. $x = 0$ এবং $y \neq 0$

iii. $x \neq 0$ এবং $y = 0$

উপরের কোন সমীকরণগুলো পরস্পর সমতুল?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা: যদি দুইটি রাশির গুণফল শূন্য হয়, তাহলে রাশিদ্বয়ের যেকোনো একটি বা দুটি শূন্য হবে।
দুইটি রাশি এর গুণফল $xy = 0$ হলে,

$x = 0$ অথবা $y = 0$ অর্থাৎ যেকোন একটি শূন্য।

$x = 0$ এবং $y \neq 0$ অর্থাৎ শুধু $x = 0$ ফলে গুনফল শূন্য হবে।

$x \neq 0$ এবং $y = 0$ অর্থাৎ শুধু $y = 0$ ফলে গুণফল শূন্য হবে।

২। নিচের তথ্যগুলো লক্ষ্য করো:

i. $x^2 + 3x + 2 = (x + 2)(x + 1)$

ii. $x^2 - x - 2 = (x - 2)(x + 1)$

iii. $x^2 - 1 = (x + 1)(x + 1)$

উপরের কোন সমীকরণগুলো পরস্পর সমতুল?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii উত্তর: ঘ

i. $$\begin{aligned} x^2 + 3x + 2 &= (x + 2)(x + 1) \\ &= x^2 + 2x + x + 2 \\ &= x(x + 2) + 1(x + 2) \\ &= (x + 2)(x + 1) \end{aligned}$$

ii. $$\begin{aligned} x^2 - x - 2 &= x^2 - 2x + x - 2 \\ &= x(x - 2) + 1(x - 2) \\ &= (x - 2)(x + 1) \end{aligned}$$

iii. $$\begin{aligned} x^2 - 1 &= x^2 - 1^2 \\ &= (x + 1)(x + 1) \end{aligned}$$

∴তিনটিই সঠিক।

৩। $\frac{x}{x+3}$ একটি ভগ্নাংশ হলে-

i. এর হরের বর্গের মান $x^2 + 6x + 9$

ii. লবের বর্গ ও হরের যোগফল $x^2 + x + 9$

iii. এর মান 2 এর সমান হলে একটি দ্বিঘাত সমীকরণ হবে।

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i,ii ও iii উত্তর: ক

ব্যাখ্যা:

i. $\frac{x}{x+3}$ ভগ্নাংশের লব x ও হর $x+3$।

$\therefore$ হর $x+3$ তথা এর বর্গ $= (x+3)^2$
$= x^2 + 2.x.3 + 3^2$
$= x^2 + 6x + 9$

1 নং সঠিক

ii. লবের বর্গ x^2, হর $= x+3$

$\therefore$ লবের বর্গ ও হরের যোগফল $x^2 + 6x + 3$

2 নং সঠিক

iii. $\frac{x}{x+3} = 2$

$2x + 6 = x$
$x + 6 = 0$ যা একঘাত সমীকরণ তাই (iii) ভুল

৪। যদি $x = a$ এবং $c \neq 0$ হয়, তবে-

i. $x + c = a + c$

ii. $x - c = a - x$

iii. $xc = ca$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii উত্তর: গ

ব্যাখ্যা:

সমীকরণ সমাধানের নিয়মগুলোকে বীজগাণিতিক রাশির মাধ্যমে প্রকাশ করলে, যদি $x = a$ এবং $c \neq 0$ হয়, তাহলে-

i. $x + c = a + c$ উভয়পক্ষকে একই রাশি বা সংখ্যা যোগ করলে সমান

ii. $x - c = a - x$ উভয়পক্ষকে একই রাশি বা সংখ্যা বিয়োগ করলে সমান

iii. $xc = ca$ উভয়পক্ষকে একই রাশি বা সংখ্যা গুন করলে সমান হবে

iv. $\frac{x}{c} = \frac{a}{c}$ উভয়পক্ষকে একই রাশি বা সংখ্যা ভাগ করলে সমান হবে

৫। $x^2 - x - 12 = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় নিজে কোনটি?

(ক) 3,4 (খ) $-3,4$ (গ) $3,-4$ (ঘ) $-3,-4$ উত্তর: খ

ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে,

$x^2 - x - 12 = 0$
$x^2 - 4x + 3x - 12 = 0$
$x(x-4) + 3(x-4) = 0$
$(x-4)(x+3) = 0$
$(x-4) = 0$ অথবা, $(x+3) = 0$
$\therefore x = 4$ অথবা, $\therefore x = -3$

৬। একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা 92 মিটার এবং ক্ষেত্রফল 504 বর্গমিটার হলে ক্ষেত্রফলটির দৈর্ঘ্য কত মিটার?

(ক) 20 (খ) 18 (গ) $3, -4$ (ঘ) 25 উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা:

ধরি, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $= x$ এবং প্রস্থ $= y$

পরিসীমা $2(x+y) = 92$

$$x + y = \frac{92}{2} = 46$$

$$xy = 504$$

$$(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy$$

$$(x-y) = \sqrt{46^2 - 4 \times 504} = 10$$

$$\therefore x + y + x - y = 46 + 10$$

বা, $2x = 56$

$$\therefore\ x = 28$$

৭। $(x^2-3)^2 = 0$ সমীকরণের মূল কয়টি?

(ক) 1 টি (খ) 2 টি (গ) 3 টি (ঘ)4 টি উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা:

$$(x^2-3)^2 = 0$$

$$x^4 - 6x^2 + 9 = 0$$

আমার জানি, সমীকরণের সর্বোচ্চ ঘাত মূলসংখ্যা নির্দেশ করে।

$\therefore$ মূলসংখ্যা 4 টি

৮। $(x+3)(x-3) = 16$ সমীকরণের x এর মূল কয়টি?

(ক) ± 5 (খ) ± 4 (গ) 4 (ঘ) 5 উত্তর: ক

ব্যাখ্যা:

$$(x+3)(x-3) = 16$$
$$x^2 - 3^2 - 16 = 0$$
$$x^2 - 25 = 0$$
$$x^2 = 25$$

$$\therefore x = \pm 5$$

৯। $x + c = a + c$ হলে x এর মান কত?

(ক) 0 (খ) ac (গ) c (ঘ) a উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা:

$x + c = a + c$

বা, $x + c - c = a + c - c$ উভয়পক্ষে c বিয়োগ করে

বা, $x = a$

১০। কোনটি অভেদ?

(ক) $(x+1)^2 - (x-1)^2 = 4x$ (খ) $(x+1)^2 - (x-1)^2 = 2(x^2+1)$

(গ) $(x+y)^2 - (x-y)^2 = 2xy$ (ঘ) $(x-y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ উত্তর: ক

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, সকল বীজগাণিতিক সূত্র অভেদ।

১১। $(z-a-b)\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{a}\right) = 0$ সমীকরণে $z =$ কত?

(ক) $a+b$ (খ) $-(a+b)$ (গ) $\frac{1}{b}+\frac{1}{a}$ (ঘ) $\frac{a+b}{ab}$ উত্তর: ক

ব্যাখ্যা:

দেওয়া আছে,

$$(z-a-b)\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{a}\right) = 0$$

$\therefore (z-a-b) = 0$ অথবা, $\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{a}\right) \neq 0$ [$\because x$ বর্জিত রাশি]

বা, $z = a + b$

১২। দুই অংক বিশিষ্ট একটি সংখ্যার দশক স্থানীয় অংক একক স্থানীয় অংকের দ্বিগুণ। একক স্থানীয় অংক x হলে সংখ্যাটি কত?

(ক) $21x$ (খ) $12x$ (গ) $3x$ (ঘ) $2x$ উত্তর: ক

ব্যাখ্যা:

একক স্থানীয় অংক $= x$

দশক স্থানীয় অংক $= 2x$

সংখ্যাটি $= 2x \times 10 + x$

$= 21x$

১৩। $\frac{ax}{b} - \frac{bx}{a} = a^2 - b^2$ সমীকরণে $x =$ এর মান নিচের কোনটি?

(ক) $\frac{a}{b}$ (খ) $\frac{b}{a}$ (গ) ab (ঘ) $\emptyset$ উত্তর: গ

ব্যাখ্যা:

$$\frac{ax}{b} - \frac{bx}{a} = a^2 - b^2$$

বা, $\frac{a^2x-b^2x}{ab} = a^2 - b^2$

বা, $\frac{x(a^2-b^2)}{ab} = a^2$ বা, b^2 $\sqrt{2x-7} = -1$

বা, $x(a^2 - b^2) = ab(a^2 - b^2)$

বা, $x = \frac{ab(a^2-b^2)}{(a^2-b^2)}$

$\therefore x = ab$

১৪। বীজগাণিতিক রাশিতে ব্যবহৃত চলক এর মান-

(ক) ধনাত্মক (খ)ঋণাত্মক (গ) নির্দিষ্ট (ঘ) অনির্দিষ্ট উত্তর: ক

ব্যাখ্যা: বীজগাণিতিক রাশি তে ব্যবহৃত চলক গুলোর মান অনির্দিষ্ট থাকে। সমীকরণটি অভেদ হলে চলকের যে কোন মানের জন্য হবে অভেদটি সত্য হবে।

১৫। $\sqrt{2x-7} + 1 = 0$ এর সমাধান সেট কোনটি?

(ক) $\{4\}$ (খ) $\{-1\}$ (গ) $\{0\}$ (ঘ) $\emptyset$ উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা:

$$\sqrt{2x-7} + 1 = 0$$

বা, $\sqrt{2x-7} = -1$

কিন্তু এমন কোনো বাস্তব সংখ্যা নেই যার বর্গমূল ঋণাত্মক।

$\therefore$ সমাধান সেট: $x = \emptyset$

১৬। একটি লঞ্চে যাত্রী সংখ্যা 50 জন। মাথাপিছু কেবিনের ভাড়া ডেকের ভাড়ার দ্বিগুণ। ডেকের ভাড়া মাথাপিছু 40 টাকা এবং মোট ভাড়া প্রাপ্তি 2400 টাকা হলে, ক্যাবিনে যাত্রী সংখ্যা কত?

(ক)15 (খ) 12 (গ)10 (ঘ) 25 উত্তর: ক

ব্যাখ্যা:

মনে করি,

কেবিনের যাত্রী সংখ্যা $= x$ জন

$\therefore$ ডেকের যাত্রী সংখ্যা $= (50 - x)$

ডেকের মাথাপিছু ভাড়া 40 টাকা

$\therefore$ কেবিনের মাথাপিছু ভাড়া $= 40 \times 2 = 80$ টাকা

শর্তমতে,

$80x + 40(50 - x) = 2400$

বা, $80x + 2000 - 40x = 2400$

বা, $80x - 40x = 2400 - 2000$

বা, $40x = 400$

$x = 10$

১৭। $x^2 = x\sqrt{3}$ এর সমাধান সেট কোনটি?

(ক) $\{0, \sqrt{3}\}$ (খ) $\{3\}$ (গ) $\{0, \sqrt{3}\}$ (ঘ) $\{0,3\}$ উত্তর: ক

ব্যাখ্যা:

$x^2 = x\sqrt{3}$

বা, $x^2 - x\sqrt{3} = 0$

বা, $x(x - \sqrt{3}) = 0$

$x = 0$ অথবা, $x = \sqrt{3}$, () বন্ধনী হবে না, যেহেতু সেট রয়েছে।

১৮। সমীকরণের মূলদ্বয় নিচের কোনটি?

(ক) 3,4 (খ) $-3,4$ (গ) $3,-4$ (ঘ) $-3,-4$ উত্তর: খ

ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে,

$x^2 - x - 12 = 0$

বা $x^2 - 4x + 3x - 12 = 0$

বা $x(x - 4) + 3(x - 4) = 0$

বা $(x - 4)(x + 3) = 0$

$\therefore (x - 4) = 0$ অথবা, $(x + 3) = 0$

বা, $x = 4$ অথবা, $x = -3$

১৯। নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) $(2x+1)^2-(2x-1)^2=72$ (খ) $(2x-1)^2-(2x+1)^2=72$

(গ) $(2x+1)^2+(2x-1)^2=72$ (ঘ) $(2x-1)^2+(2x+1)^2=72$ উত্তর: ক

ব্যাখ্যা:

শর্তানুসারে $(2x+1)^2-(2x-1)^2=72$ কারণ দুইটি ক্রমিক বিজোড় সংখ্যার বর্গের অন্তর 72।

যেহেতু বিয়োগফল ধনাত্মক অর্থাৎ বড় সংখ্যার বর্গ থেকে ছোট সংখ্যার বর্গ বিয়োগ করা হয়েছে।

২০। চলকের যে মানের জন্য সাম্যতাটি সত্য হয় তাকে কি বলা হয়?

(ক) মূল (খ) চলক (গ) সেট (ঘ) ডোমেন উত্তর: ক

২১। একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 600 বর্গমিটার হলে, নিচের কোন সমীকরণটি সত্য?

(ক) $x+y=600$ (খ) $x-y=600$

(গ) $xy=600$ (ঘ) $x^2y^2=600$ উত্তর: গ

ব্যাখ্যা: আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $=$ দৈর্ঘ্য $\times$ প্রস্থ $=xy=600$

২২। যদি কোন ত্রিভুজের ভূমি 2x মিটার, উচ্চতা (x+1) মিটার এবং ক্ষেত্রফল $25m^2$ হয়, তবে সমীকরণটি কি?

(ক) $x.x+1=25$ (খ) $2x(x+1)=25$

(গ) $\frac{1}{2}x(x+1)=25$ (ঘ) $x(x+1)=25$ উত্তর: খ

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $=\frac{1}{2}\times$ভূমি$\times$উচ্চতা

$$=\frac{1}{2}\times(2x)(x+1)0$$

$$=x(x+1)0$$

২৩। যদি কোন শ্রেণিকক্ষে x জন শিক্ষার্থী থাকে এবং প্রত্যেকে তাদের সংখ্যার সমান চাঁদা দেয় এবং মোট 400 টাকা হয় তবে, x এর মান কত?

(ক) 10 (খ) 15 (গ) 20 (ঘ) 25 উত্তর: গ

২৪। যে সেট বা ক্ষেত্র থেকে চলক তার মান সংগ্রহ করে, তাকে চলকের কি বলে?

(ক) চলক (খ) চল (গ) ডোমেন (ঘ) সেট উত্তর: গ

২৫। যদি কোন শ্রেণিকক্ষে x জন শিক্ষার্থী থাকে এবং প্রত্যেকে তাদের মোট শিক্ষার্থীর সংখ্যার সমান চাঁদা দেয় এবং মোট 400 টাকা হয়, x এর মান কত?

(ক) 10 (খ) 15 (গ) 20 (ঘ) 25 উত্তর: গ

ব্যাখ্যা: মোট চাঁদা $=$ শিক্ষার্থীর সংখ্যা $\times$ প্রত্যেকের চাঁদা

$$=x\times x$$

$$=x(x+1)0$$

প্রশ্নমতে,

$$x^2=400$$

$$x=\sqrt{400}$$

$$x=20$$

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

দুই অংক বিশিষ্ট একটি সংখ্যার দশক স্থানীয় অংক একক স্থানীয় অংকের তিন গুণ।

১। একক স্থানীয় অংক x হলে, সংখ্যাটি কত?

(ক) x (খ) $3x$ (গ) $30x$ (ঘ) $31x$ উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা:

ধরি, সংখ্যাটি $= x + 3x \times 10$

$= x + 30x$

$= 31x$

২। অংকদ্বয় স্থান বিনিময় করলে সংখ্যাটি কত হবে?

(ক) $31x$ (খ) $13x$ (গ) $30x$ (ঘ) $11x$ উত্তর: খ

ব্যাখ্যা:

অংকদ্বয় স্থান বিনিময় করলে,

$= 3x + x \times 10$

$= 3x + 10x$

$= 13x$

একটি সংখ্যার অপর একটি সংখ্যার $\frac{2}{5}$ গুন।

৩। একটি x সংখ্যা হলে অপর সংখ্যাটি কত?

(ক) $\frac{2x}{5}$ (খ) $\frac{5x}{2}$ (গ) $x + \frac{2x}{5}$ (ঘ) $x + \frac{5x}{2}$ উত্তর: ক

৪। সংখ্যা দুটির সমষ্টি 98 হলে, বড় সংখ্যাটি কত?

(ক) 50 (খ) 60 (গ) 70 (ঘ) 80 উত্তর: গ

$$(x-1)^2 = -2x + 1$$

৫। সমীকরণটির মূল কয়টি?

(ক) 1 (খ) 2 (গ) 3 (ঘ) 4 উত্তর: খ

ব্যাখ্যা: যেহেতু এর ঘাত 2 তাই মূল 2 টি

৬। সমীকরণটির কি দ্বারা সিদ্ধ হবে?

(ক) মূল (খ) ঘাত (গ) সহগ (ঘ) অভেদ উত্তর: খ

৭। সমীকরণটির ডানপক্ষে কি করলে সমীকরণটি অভের এ পরিণত হবে?

(ক) 2 বিয়োগ করলে (খ) x^2 যোগ করলে

(গ) x^2 বিয়োগ করলে (ঘ) 1 বিয়োগ করলে উত্তর: খ

ব্যাখ্যা:

$(x-1)^2 = -2x+1$

$x^2 - 2.x.1 + 1^2 = -2x+1$

$x^2 - 2.x.1 + 1^2 = -2x+1$

$\therefore$ x^2 যোগ করলে

দুটি ক্রমিক বিজোড় সংখ্যার বর্গের অন্তর 72

৮। বড় সংখ্যাটি $2x+1$ হলে ছোট সংখ্যাটি কত?

(ক) $2x+1$ (খ) $2x-1$ (গ) $2x$ (ঘ) $x-1$ উত্তর: খ

ব্যাখ্যা:

ক্রমিক বিজোড় সংখ্যার ক্ষেত্রে, বড় সংখ্যাটি থেকে ছোট সংখ্যাটি 2 কম হবে।

বড় সংখ্যাটি $2x+1$ হলে ছোট সংখ্যাটি $2x+1-2 = 2x-1$

৯। বড় সংখ্যাটি কত?

(ক) 19 (খ) 18 (গ) 16 (ঘ) 17 উত্তর: ক

ব্যাখ্যা:

$(2x+1)^2 - (2x-1)^2 = 72$

$(4x^2+4x+1) - (4x^2-4x+1) = 72$

$4x^2+4x+1-4x^2+4x-1 = 72$

$8x = 72$

$x = 19$

একটি প্রকৃত ভগ্নাংশের হর, লব অপেক্ষা 4 বেশি। ভগ্নাংশটি বর্গ করলে যে ভগ্নাংশ পাওয়া যায় তার হর, লব অপেক্ষা 40 বেশি।

১০। লব x হলে, ভগ্নাংশটি কত?

(ক) 50 (খ) 60 (গ) 70 (ঘ) 80 উত্তর: গ

৭। সমীকরণটির ডানপক্ষে কি করলে সমীকরণটি অভেদ এ পরিণত হবে?

(ক) 2 বিয়োগ করলে　　(খ) x^2 যোগ করলে

(গ) x^2 বিয়োগ করলে　　(ঘ) 1 বিয়োগ করলে　　উত্তর: খ

ব্যাখ্যা:

$$(x-1)^2 = -2x+1$$

$$x^2 - 2.x.1 + 1^2 = -2x+1$$

$$x^2 - 2.x.1 + 1^2 = -2x+1$$

$\therefore x^2$ যোগ করলে

দুটি ক্রমিক বিজোড় সংখ্যার বর্গের অন্তর 72

৮। বড় সংখ্যাটি $2x+1$ হলে ছোট সংখ্যাটি কত?

(ক) $2x+1$　　(খ) $2x-1$　　(গ) $2x$　　(ঘ) $x-1$　　উত্তর: খ

ব্যাখ্যা:

ক্রমিক বিজোড় সংখ্যার ক্ষেত্রে, বড় সংখ্যাটি থেকে ছোট সংখ্যাটি 2 কম হবে।

বড় সংখ্যাটি $2x+1$ হলে ছোট সংখ্যাটি $2x+1-2 = 2x-1$

৯। বড় সংখ্যাটি কত?

(ক) 19　　(খ) 18　　(গ) 16　　(ঘ) 17　　উত্তর: ক

ব্যাখ্যা:

$$(2x+1)^2 - (2x-1)^2 = 72$$

$$(4x^2+4x+1) - (4x^2-4x+1) = 72$$

$$4x^2+4x+1-4x^2+4x-1 = 72$$

$$8x = 72$$

$$x = 19$$

একটি প্রকৃত ভগ্নাংশের হর, লব অপেক্ষা 4 বেশি। ভগ্নাংশটি বর্গ করলে যে ভগ্নাংশ পাওয়া যায় তার হর, লব অপেক্ষা 40 বেশি।

১০। লব x হলে, ভগ্নাংশটি কত?

(ক) $\frac{x}{x-4}$　　(খ) $\frac{x+4}{x-4}$　　(গ) $\frac{x}{x+4}$　　(ঘ) $\frac{x-4}{x+4}$　　উত্তর: গ

ব্যাখ্যা: লব x হলে, এর হর $= x+4$

১১। ভগ্নাংশটির হরের বর্গ নিচের কোনটি?

(ক) x^2 (খ) $x^2 - 8x + 16$

(গ) $x^2 + 8x + 16$ (ঘ) $x^2 + 4x + 4$ উত্তর: গ

ব্যাখ্যা:

হর $= x + 4$

হরের বর্গ $=(x+4)^2 = x^2 + 2.x.4 + 4^2 = x^2 + 8x + 16$

১২। ভগ্নাংশটি কত?

(ক) $\frac{3}{7}$ (খ) $\frac{7}{3}$ (গ) $\frac{4}{7}$ (ঘ) $\frac{7}{4}$ উত্তর: খ

ব্যাখ্যা:

$(\frac{x}{x-4})^2 = \frac{x^2}{x^2 + 8x + 16}$

$x^2 + 8x + 16 = x^2 + 40$

$8x + 16 = 40$

$8x = 40 - 16$

$8x = 24$

$x = 3$

$\therefore$ ভগ্নাংশটি $\frac{x}{x-4} = \frac{3}{3+4} = \frac{3}{7}$

একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 15 সেন্টিমিটার এবং অপর দুই বাহুর অন্তর 3 সেন্টিমিটার।

১৩। ক্ষুদ্রতম বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

(ক) 9 সে.মি. (খ) 8 সে.মি. (গ) 7 সে.মি. (ঘ) 6 সে.মি. উত্তর: ক

ব্যাখ্যা: ধরি, ক্ষুদ্রতম বাহু x

বৃহত্তম বাহু $x + 3$

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$x^2 + (x+3)^2 = 15^2$

$x^2 + x^2 + 6x + 9 = 225$

$2x^2 + 6x - 216 = 0$

$x^2 + 3x - 108 = 0$

$x(x+12) - 9(x+12) = 0$

$x = 9$ $\quad$ $x = -12$

১৪। অপর বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

(ক) $5\ cm$ (খ) $12\ cm$ (গ) $6\ cm$ (ঘ) $11\ cm$ উত্তর: খ

ব্যাখ্যা: অপর বাহুর $= x + 3 = 9 + 3 = 12\ cm$

১৫। ত্রিভুজটির পরিসীমা কত?

(ক) $30\ cm$ (খ) $20\ cm$ (গ)$36\ cm$ (ঘ)$32\ cm$ উত্তর: গ

ব্যাখ্যা: পরিসীমা $= (15 + 9 + 12)\ cm\ =\ 36\ cm$

রহিম 16 টি কলম 80 টাকা দিয়ে কিনল।

১২। প্রত্যেকটি কলমের গড় মূল্য কত?

(ক) 4 (খ) 5 (গ) 6 (ঘ) 7 উত্তর: খ

ব্যাখ্যা: গড় $= \frac{80}{16} = \frac{5}{1} = 5$

১৭। একই দামে যদি সে আরও 4 টি কলম পায় তবে প্রত্যেকটি কলমের দাম কত টাকা হবে?

(ক) 3 (খ)4 (গ) 5 (ঘ) 6 উত্তর: খ

ব্যাখ্যা:

16+4 টি কলমের দাম 80 টাকা

$\therefore$ 1 টি কলমের দাম $\frac{80}{16+4} = 4$ টাকা

১৮। গড়ে যদি প্রতিটি কলমের দাম 2 টাকা বৃদ্ধি পায় তবে কলমগুলোর দাম কত হবে?

(ক) 80 (খ)100 (গ)112 (ঘ)220 উত্তর: গ

ব্যাখ্যা:

1 টি কলমে বৃদ্ধি পায় 2 টাকা

$\therefore$ 16 টি কলমে বৃদ্ধি পায় 2×16=32 টাকা

মোট দাম বৃদ্ধি পায় =80+32=112 টাকা

একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ থেকে 10 মিটার বেশি। বাগানের বাইরে 2 মিটার দীর্ঘ একটি রাস্তা আছে।

১৯। প্রস্থ x হলে, ক্ষেত্রফল কত?

(ক) x^2+10 (খ) $x(x + 10)$((গ) $x^2 - 100$ (ঘ) $x^2 - 10$ উত্তর: খ

ব্যাখ্যা: প্রস্থ x হলে, দৈর্ঘ্য $x + 10$

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= x(x + 10)$

২০। প্রস্থ x হলে, ক্ষেত্রফল কত?

(ক) x^2+$14x + 24$ (খ) $x^2 + 56x + 18$

(গ) x^2+$18x + 18$ (ঘ) x^2+$18x + 56$ উত্তর: ঘ

ব্যাখ্যা: রাস্তাসহ প্রস্থ $(x+4)m$, দৈর্ঘ্য $(x+10)+4$

ক্ষেত্রফল $= (x+4)(x+14)$

$= x^2 + 14x + 4x + 56$

$= x^2 + 18x + 56$

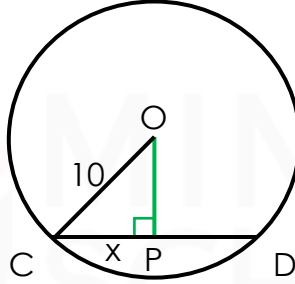
২১। যদি প্রস্থ $20\ m$ হয়, রাস্তা ক্ষেত্রফল কত?

(ক) 126 বর্গমি (খ) 612 বর্গমি. (গ) 216 বর্গমি. (ঘ) 600 বর্গমি. উত্তর: গ

ব্যাখ্যা:

∴ বাগানের ক্ষেত্রফল $= 20(20+10) = 600$ বর্গমি

∴ রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল $= 20^2 + 18 \times 20 + 56 = 816$ বর্গমি

∴ রাস্তা ক্ষেত্রফল $= (816 - 600) = 216$ বর্গমি.

২২। OP এর দৈর্ঘ্য কত?

(ক) $\sqrt{10^2 - x^2}$ খ) $10x^2$ (গ) $\sqrt{x^2 - 10^2}$ (ঘ) $10^2 - x^2$ উত্তর: ক

ব্যাখ্যা

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$10^2 = x^2 - OP^2$

$10^2 - x^2 = OP^2$

$OP = \sqrt{10^2 - x^2}$

২৩। যদি $OP = \frac{2}{3} OC$ হয়ে থাকে, তবে x=?

(ক) 4.96 (খ) 5.55 (গ) 7.46 (ঘ) 6.26 উত্তর: গ

ব্যাখ্যা:

$OP = \frac{2}{3} \times 10$

$= \frac{20}{3}$

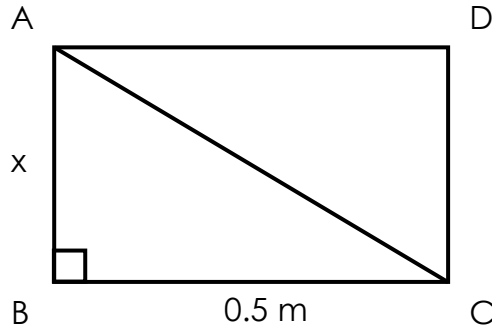
$= 6.67$

$6.67 = \sqrt{10^2 - x^2}$

$(6.67)^2 = 10^2 - x^2$

$44.489 = 100 - x^2$

$x^2 = 55.511$

$x = 7.4$

২৪। যদি ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 10 বর্গ মিটার হয় তবে, $x = ?$

(ক) 4 (খ) 5 (গ) 6 (ঘ) 7 উত্তর: ক

ব্যাখ্যা

প্রশ্নমতে,

$\frac{1}{2} \times 5 \times x = \frac{5x}{2}$

$\frac{5x}{2} = 10$

$5x = 20$

$x = 4$

২৫। $AC = ?$

(ক) $\sqrt{9}$ খ) 9 (গ) $\sqrt{43}$ (ঘ) 43 উত্তর: ক

ব্যাখ্যা

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$x^2 + 5^2 = AC^2$

$\therefore AC = \sqrt{x^2 + 5^2}$

$= \sqrt{4^2 + 5^2}$

$= \sqrt{43}$

২৬। ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?

(ক) 18 (খ) 20 (গ) 22 (ঘ) 24 উত্তর: ক

ব্যাখ্যা

যেহেতু ABCD চতুর্ভুজটি একটি আয়তক্ষেত্র,

এর ক্ষেত্রফল $=(4\times5)=20$ বর্গমি.